

東京工業大学 西8号館W棟11階 W1101

数理・計算科学特論第九

量子コンピュータ概論

藤井啓祐

京都大学 白眉センター/情報学研究科 特定助教

自己紹介

藤井 啓祐

1999-2002: 大阪府立天王寺高等学校(54期)

2002-2006: 京都大学工学部物理工学科

2006-2011: 京都大学工学研究科 原子核工学専攻 修士・博士課程

2011-2013: 大阪大学基礎工学研究科 井元研究室 特任研究員

2013-: 京都大学 白眉センター (情報学研究科)

工学→基礎工学→情報→???



京都大学 白眉センター

京都大学次世代研究者育成支援事業「白眉プロジェクト」

| ENGLISH |

白眉プロジェクト

このプロジェクトは、優秀な若手研究者を年俸制特定教員(准教授、助教)として採用し、最長5年間、自由な研究環境を与え自身の研究活動に没頭してもらうことにより、次世代を担う先見的な研究者を養成するものです。



量子コンピュータ概論

量子情報・計算の基礎から、発展までを、
線形代数だけを前提知識として学習する。
特に、**トポロジカル量子計算**を理解することを目標とする。

サポートページ（参考文献等・講義ノート・レポート情報）

<http://quantphys.org/keisukefujii/lecture.html>

メールアドレス

keisuke.fujii@i.kyoto-u.ac.jp

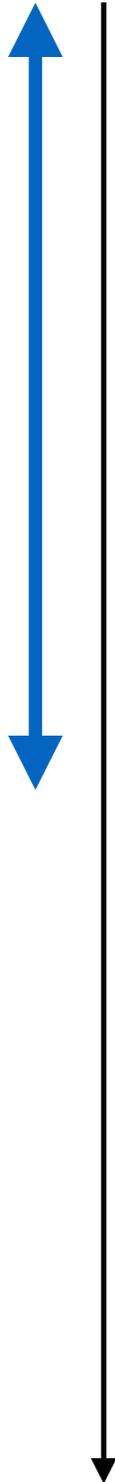
Twitter

[@KeisukeFujii@fgksk](https://twitter.com/KeisukeFujii)

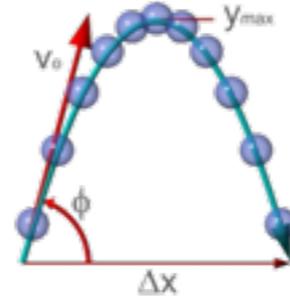
はじめに

量子力学とは？

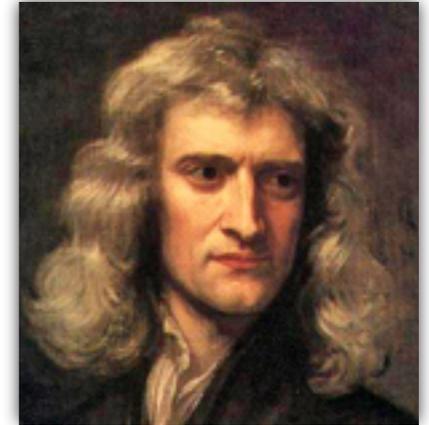
古典物理



1687: ニュートン力学
(粒子)



Isaac Newton
(1642-1727)

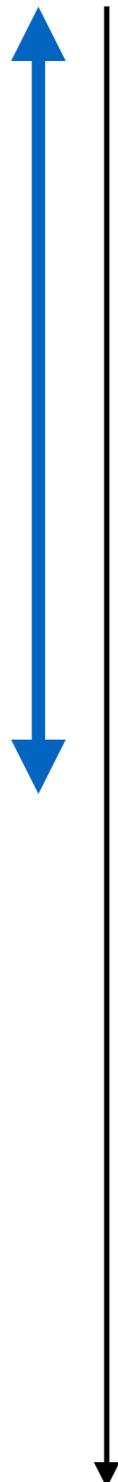


<http://www.newton.cam.ac.uk/art/portrait.html>

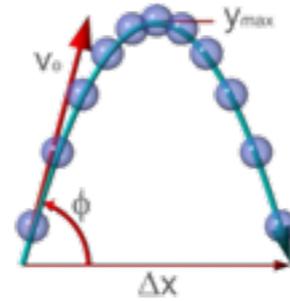
“Equation of motion”

量子力学とは？

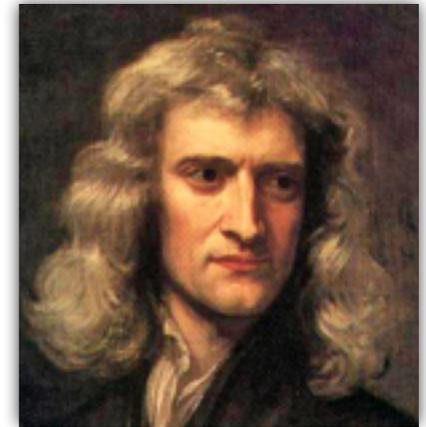
古典物理



1687: ニュートン力学
(粒子)



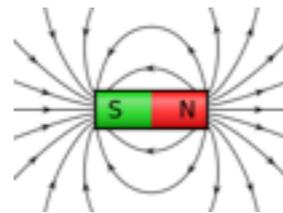
Isaac Newton
(1642-1727)



<http://www.newton.cam.ac.uk/art/portrait.html>

“Equation of motion”

1873: 電磁気学
(波)



James C. Maxwell
(1831-1879)

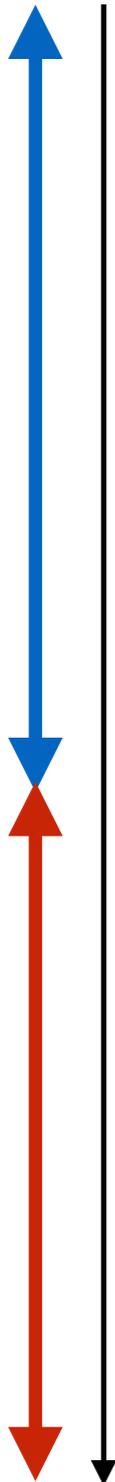


http://en.wikipedia.org/wiki/James_Clerk_Maxwell

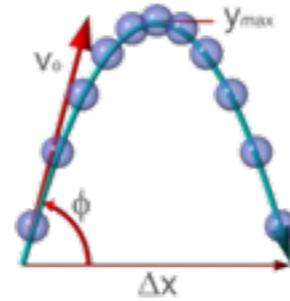
“Maxwell equation”

量子力学とは？

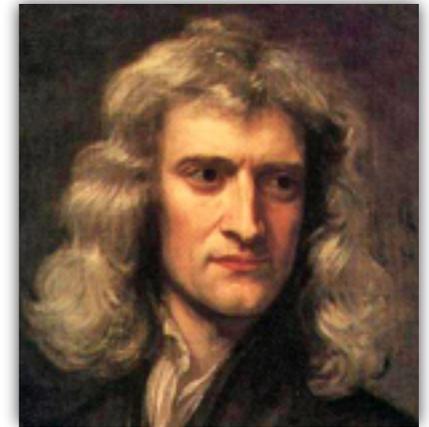
古典物理



1687: ニュートン力学
(粒子)



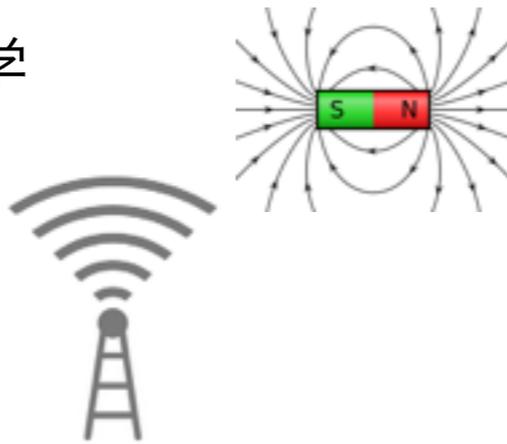
Isaac Newton
(1642-1727)



<http://www.newton.cam.ac.uk/art/portrait.html>

“Equation of motion”

1873: 電磁気学
(波)



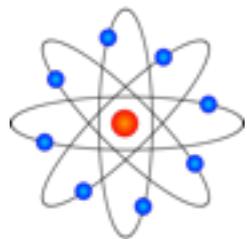
James C. Maxwell
(1831-1879)



http://en.wikipedia.org/wiki/James_Clerk_Maxwell

“Maxwell equation”

量子物理



1900~
原子、電子、分子などのミクロの世界にお
ける古典物理学の破綻

→ 量子力学
量子 = 波 & 粒子

Werner K Heisenberg
(1887-1961)



http://en.wikipedia.org/wiki/Werner_Heisenberg

行列力学(1925)

Erwin Schrödinger
(1887-1961)

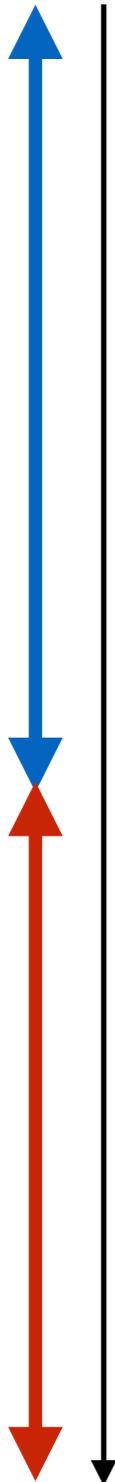


<http://www.owlnet.rice.edu/~mishat/1933-5.html>

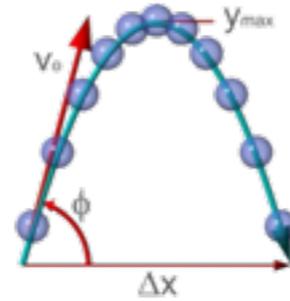
波動力学(1926)

量子力学とは？

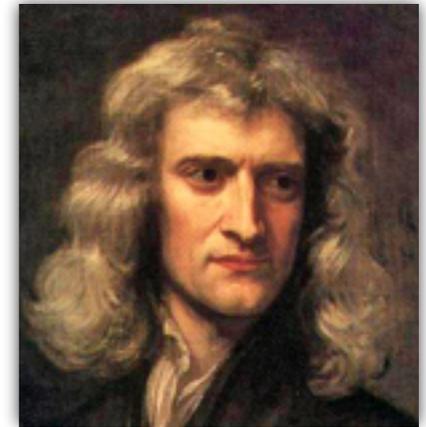
古典物理



1687: ニュートン力学
(粒子)



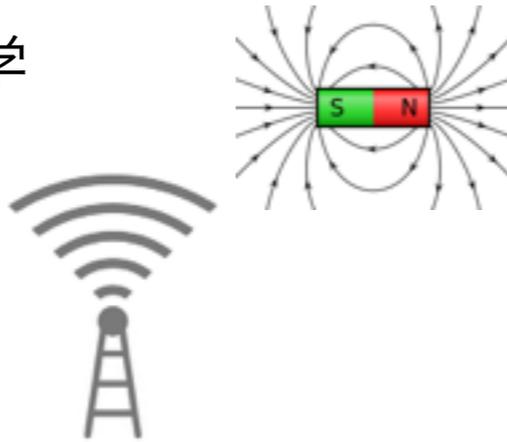
Isaac Newton
(1642-1727)



<http://www.newton.cam.ac.uk/art/portrait.html>

“Equation of motion”

1873: 電磁気学
(波)



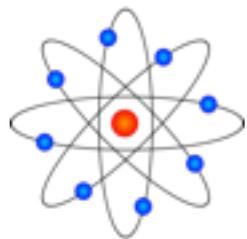
James C. Maxwell
(1831-1879)



http://en.wikipedia.org/wiki/James_Clerk_Maxwell

“Maxwell equation”

量子物理



1900~
原子、電子、分子などのミクロの世界における古典物理学の破綻

→ **量子力学**
量子 = 波 & 粒子

1936: チューリング機械 (計算を定式化)

1948: シヤノン理論 (情報量を定式化)

Werner K Heisenberg
(1887-1961)



http://en.wikipedia.org/wiki/Werner_Heisenberg

行列力学(1925)

Erwin Schrödinger
(1887-1961)



<http://www.owlnet.rice.edu/~mishat/1933-5.html>

波動力学(1926)

量子コンピュータ前史

量子コンピュータ前史

Rolf Landauer
(1927-1999)



[http://www.ieeeeghn.org/wiki/index.php/
File:Rolf_Landauer_2474.jpg](http://www.ieeeeghn.org/wiki/index.php/File:Rolf_Landauer_2474.jpg)

‘80s~ “*Information is physical*”

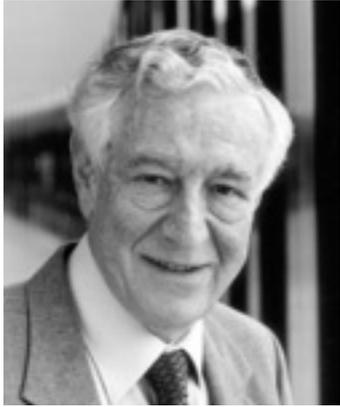
ランダウアの情報消去の原理：

1ビットの情報の消去に必要なエネルギー→ $kT \log 2$



量子コンピュータ前史

Rolf Landauer
(1927-1999)



[http://www.ieeeeghn.org/wiki/index.php/
File:Rolf_Landauer_2474.jpg](http://www.ieeeeghn.org/wiki/index.php/File:Rolf_Landauer_2474.jpg)

‘80s~ “Information is physical”

ランダウアの情報消去の原理：

1ビットの情報の消去に必要なエネルギー→ $kT \log 2$



Richard P Feynman
(1918-1988)



[http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/
physics/laureates/1965/feynman-bio.html](http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1965/feynman-bio.html)

1981(MIT) “1st Symposium on Physics and Computation”

*“I’m not happy with all the analyses that go with just the classical theory, **because nature isn’t classical**. If you want to make a **simulation of nature** you’d better make it quantum mechanical”*

量子コンピュータ前史

Rolf Landauer
(1927-1999)



[http://www.ieeeeghn.org/wiki/index.php/
File:Rolf_Landauer_2474.jpg](http://www.ieeeeghn.org/wiki/index.php/File:Rolf_Landauer_2474.jpg)

‘80s~ “Information is physical”

ランダウアの情報消去の原理：

1ビットの情報の消去に必要なエネルギー→ $kT \log 2$



Richard P Feynman
(1918-1988)



[http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/
physics/laureates/1965/feynman-bio.html](http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1965/feynman-bio.html)

1981(MIT) “1st Symposium on Physics and Computation”

*“I’m not happy with all the analyses that go with just the classical theory, **because nature isn’t classical**. If you want to make a **simulation of nature** you’d better make it quantum mechanical”*

1981(Texas) “Physics and Computation”

Then you guys are using wrong physics....

→**1985 量子コンピュータ
(量子チューリング機械)**



<http://www.daviddeutsch.org.uk>
David Deutsch (1953-)

詳しくは. . .

YouTube^{JP}



量子コンピュータ授業 #8 量子コンピュータの歴史

「量子コンピュータの歴史」

by 古田彩(日経サイエンス)

二人の悪魔と多数の宇宙：量子コンピュータの起源

by 古田彩（日経サイエンス）日本物理学会誌

ビットと量子ビット

古典ビット：

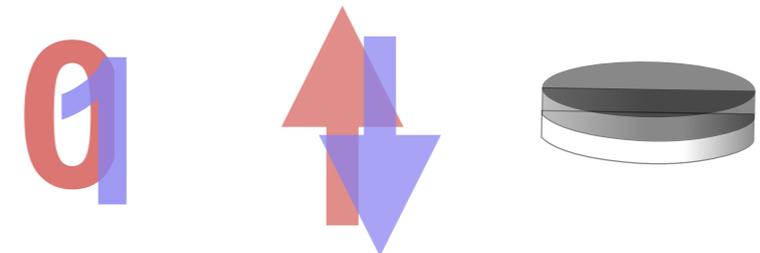
$$x \in \{0, 1\}$$



・ 0 もしくは 1

量子ビット：

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$$



・ 0 と 1 の重ね合わせ状態 (複素振幅)

ビットと量子ビット

古典ビット：

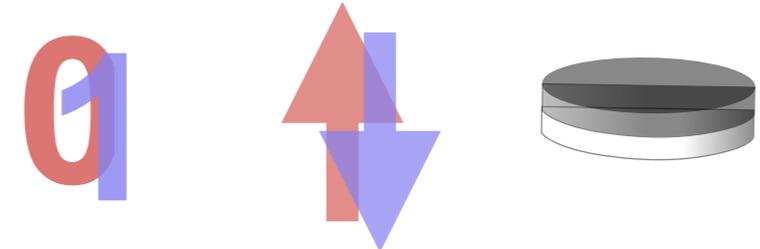
$$x \in \{0, 1\}$$



- 0 もしくは 1
- 複製可能

量子ビット：

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$$



- 0 と 1 の重ね合わせ状態 (複素振幅)
- 複製不可能(no-cloning theorem)
→ 不確定性原理

ビットと量子ビット

古典ビット：

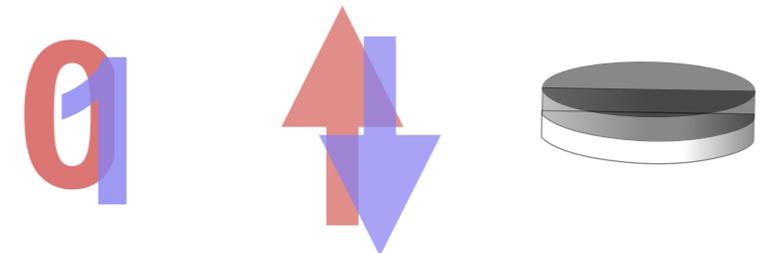
$$x \in \{0, 1\}$$



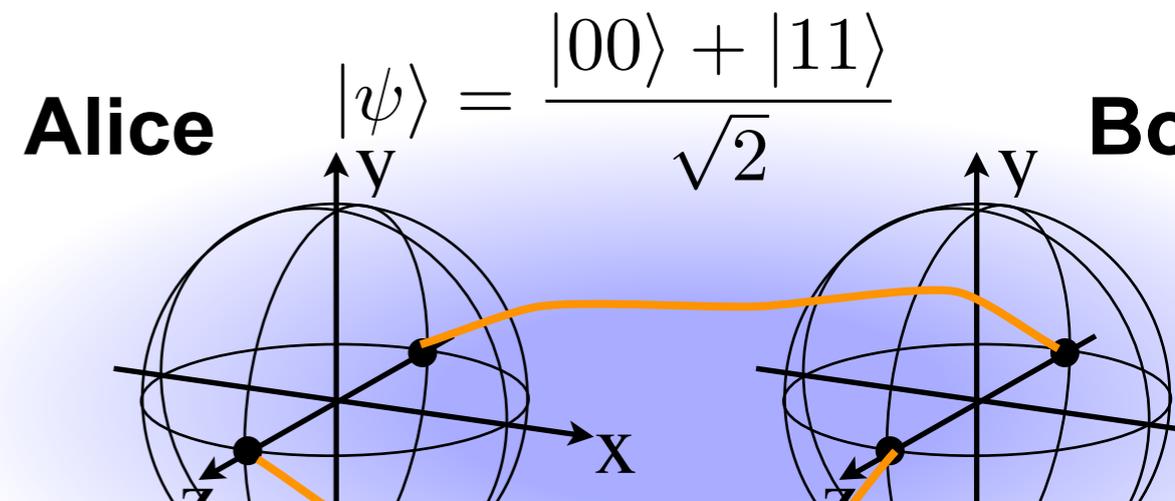
- ・ 0 もしくは 1
- ・ 複製可能

量子ビット：

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$$



- ・ 0 と 1 の重ね合わせ状態 (複素振幅)
- ・ 複製不可能(no-cloning theorem)
→ 不確定性原理
- ・ 量子もつれ(エンタングルメント)



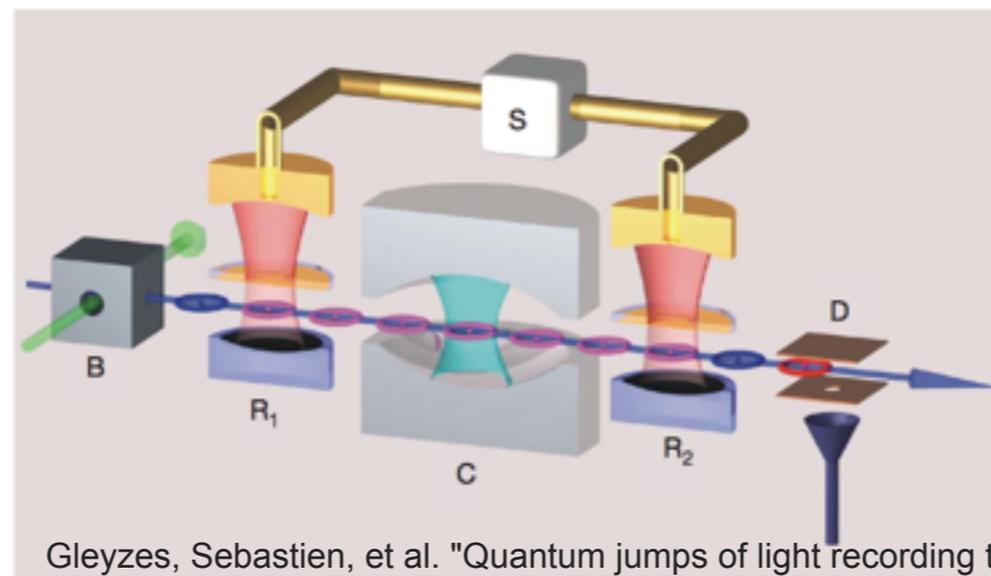
量子エレクトロニクス

Nobel Prize 2012: Controlling individual quantum systems



http://en.wikipedia.org/wiki/Serge_Haroche

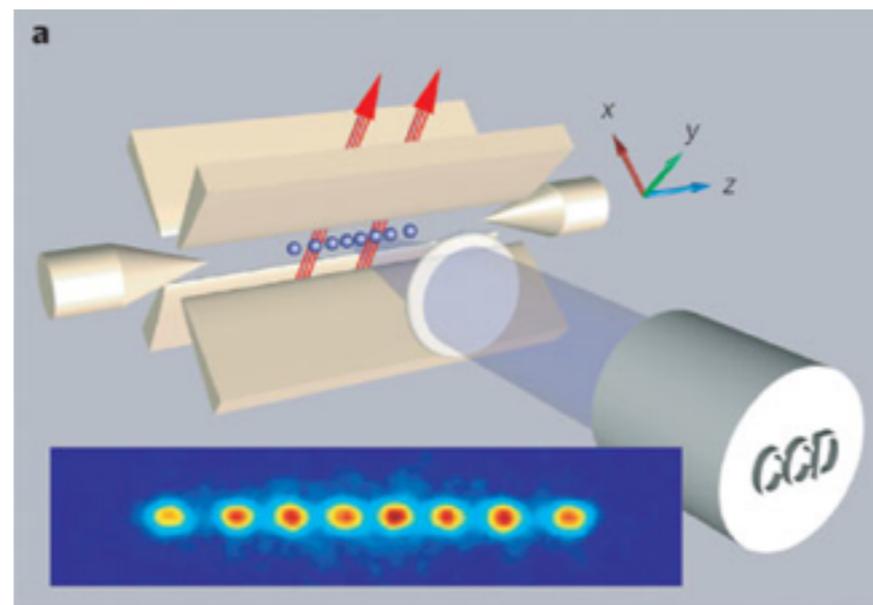
S. Haroche



Gleyzes, Sebastien, et al. "Quantum jumps of light recording the birth and death of a photon in a cavity." *Nature* 446.7133 (2007)

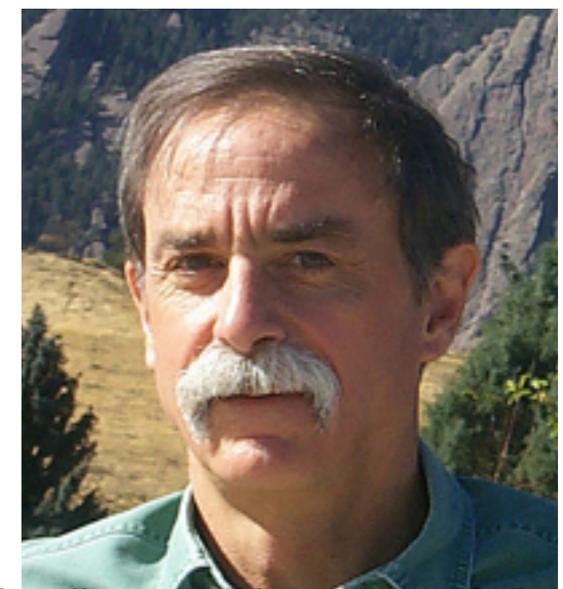
cavity-QED

光子の状態操作・非破壊測定



trapped ions

イオンの状態操作・量子演算



<http://patapsco.nist.gov/ImageGallery/details.cfm?imageid=576>

D. Winland

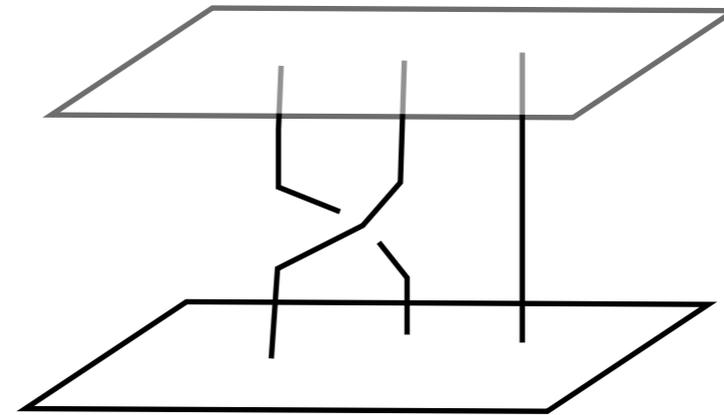
量子コンピュータ

NP

(古典計算機で効率よく検証できる問題)

SAT, traveling salesman,....

組紐(braid)



エニオン粒子の時間発展

結び目



Jones多項式

BQP

(quantum polynomial time)

素因数分解

BQP完全

Jones/Tutte多項式の近似

[Aharonov et al. '07]

イジング模型分配関数

[Cuevas et al. '11; Iblisdir et al. '13;
Matsuo-KF-Imoto '14]

P

(polynomial time)

古典計算機で効率よく解ける問題)

(量子計算機で効率よく解ける問題)



量子コンピュータは現実的な計算 モデルだろうか？

指数個ある、複素確率振幅を計算に十分な精度で制御することを、
自然は許しているだろうか？

$$|\psi_n\rangle = \sum_{x_1, \dots, x_n}^{2^n \text{ 個の複素数}} c_{x_1, \dots, x_n} |x_1, \dots, x_n\rangle$$

量子コンピュータは現実的な計算 モデルだろうか？

指数個ある、複素確率振幅を計算に十分な精度で制御することを、
自然は許しているだろうか？

$$|\psi_n\rangle = \sum_{x_1, \dots, x_n}^{2^n \text{ 個の複素数}} c_{x_1, \dots, x_n} |x_1, \dots, x_n\rangle$$

NP-hard problems can be solved efficiently
by “ideal” analog computer.

*A Schönhage “On the power of random
access machines.” ICALP, 520 (1979).*

量子コンピュータは現実的な計算 モデルだろうか？

指数個ある、複素確率振幅を計算に十分な精度で制御することを、
自然は許しているだろうか？

$$|\psi_n\rangle = \sum_{x_1, \dots, x_n}^{2^n \text{ 個の複素数}} c_{x_1, \dots, x_n} |x_1, \dots, x_n\rangle$$



NP-hard problems can be solved efficiently
by “ideal” analog computer.

A Schönhage “*On the power of random
access machines.*” ICALP, 520 (1979).

minimal surface calculation by soap bubble

Museum of Science of Alcobendas (Madrid).

量子コンピュータは現実的な計算 モデルだろうか？

指数個ある、複素確率振幅を計算に十分な精度で制御することを、



All papers on quantum computing should carry a footnote: *“This proposal, like all proposals for quantum computation, relies on **speculative technology**, does not in its current form take into account all possible sources of noise, unreliability and manufacturing error, and **probably will not work.**”* (S. Lloyd Nature 400 720 (1999))

Rolf Landauer @IBM



access machines.” ICALP, 520 (1979).

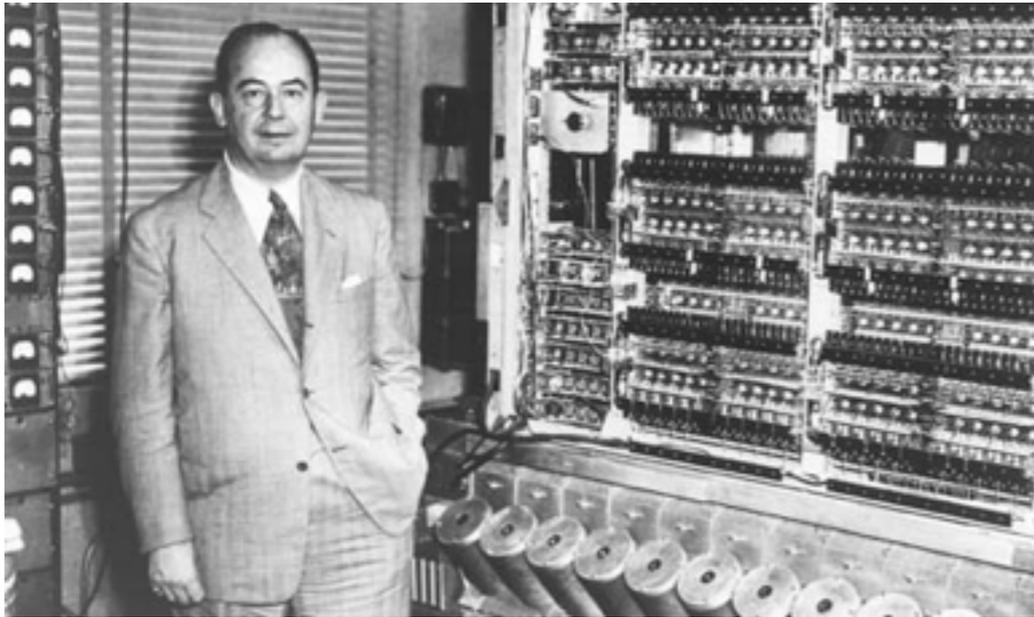
minimal surface calculation by soap bubble

Museum of Science of Alcobendas (Madrid).

History of Reliable “classical” computation

History of Reliable “classical” computation

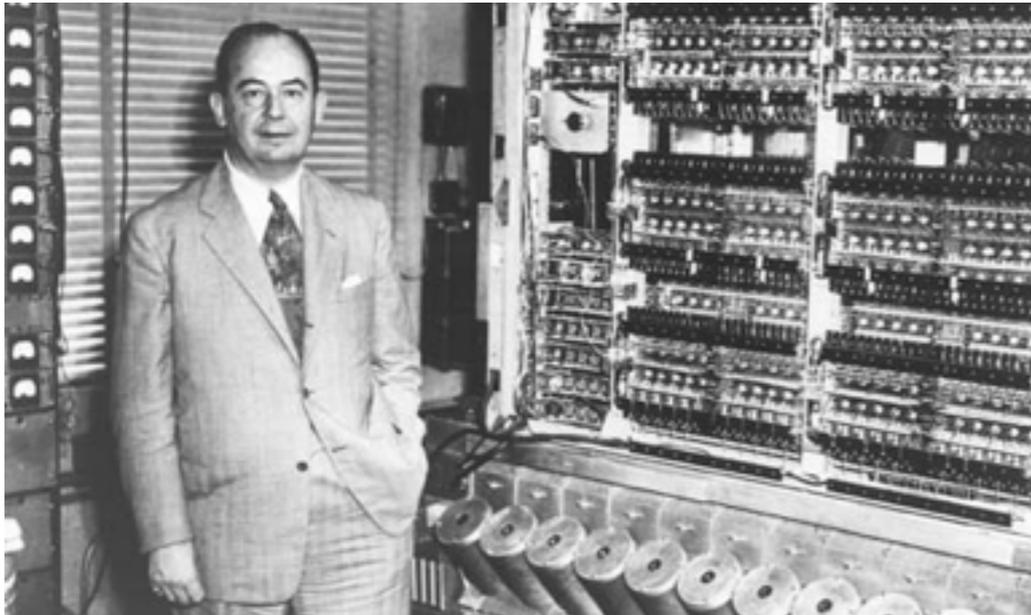
EDVAC: Electric discrete variable automatic computer



John von Neumann with the stored-program computer at the Institute for Advanced Study, Princeton, New Jersey, in 1945. Photograph: Getty

History of Reliable “classical” computation

EDVAC: Electric discrete variable automatic computer



John von Neumann with the stored-program computer at the Institute for Advanced Study, Princeton, New Jersey, in 1945. Photograph: Getty

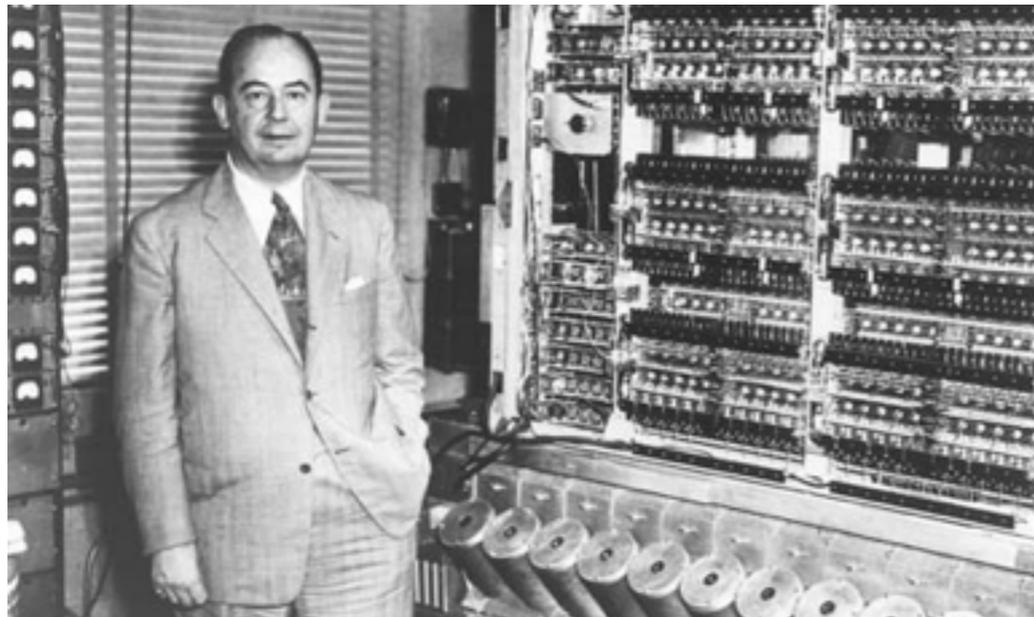
For the recognition and correction of such malfunctions **intelligent human intervention will in general be necessary.**

by J. von Neumann (1945)

“First draft of a report on the EDVAC”

History of Reliable “classical” computation

EDVAC: Electric discrete variable automatic computer

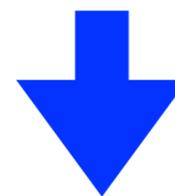


John von Neumann with the stored-program computer at the Institute for Advanced Study, Princeton, New Jersey, in 1945. Photograph: Getty

For the recognition and correction of such malfunctions **intelligent human intervention will in general be necessary.**

by J. von Neumann (1945)

“First draft of a report on the EDVAC”



ten years later

NAND-
multiplexing

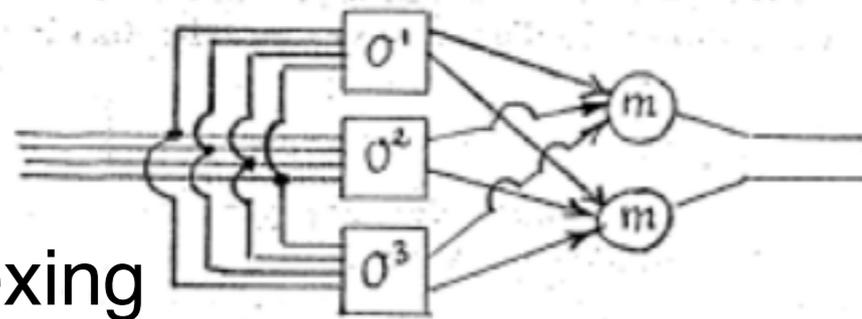


Fig. 26

J. von Neumann (1956)

“Probabilistic logics and the synthesis of reliable organisms from unreliable components”

恥ずかしがりやの量子

-decoherence-

Environment

?



!

$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$
quantum superposition

恥ずかしがりやの量子

-decoherence-

Environment

?



!

$|0\rangle$ or $|1\rangle$

classical mixture

恥ずかしがりやの量子

-decoherence-

Environment

?



!

$|0\rangle$ or $|1\rangle$

classical mixture

“Can we correct errors, due to the loss of information, on quantum information?”

No-cloning theorem:

quantum information cannot be copied...

量子誤り訂正

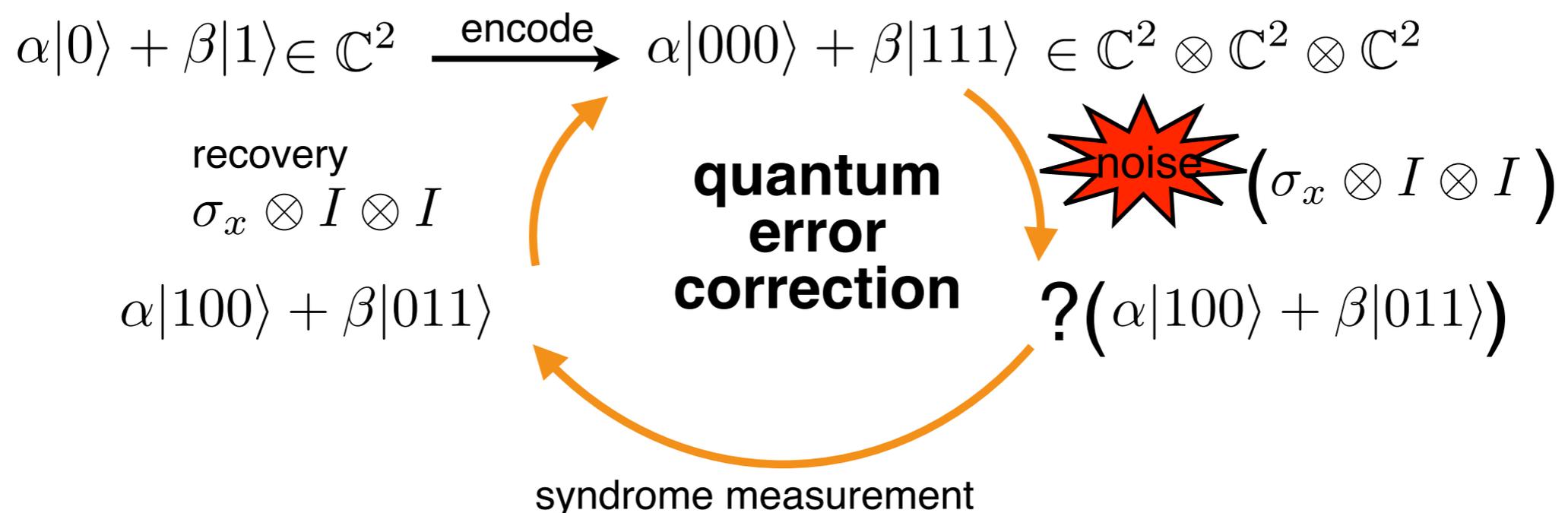
Not copy quantum information but **entangle** it with many qubits in such a way that quantum information is protected!



<http://science.mit.edu/research/faculty/shor-peter-williston>

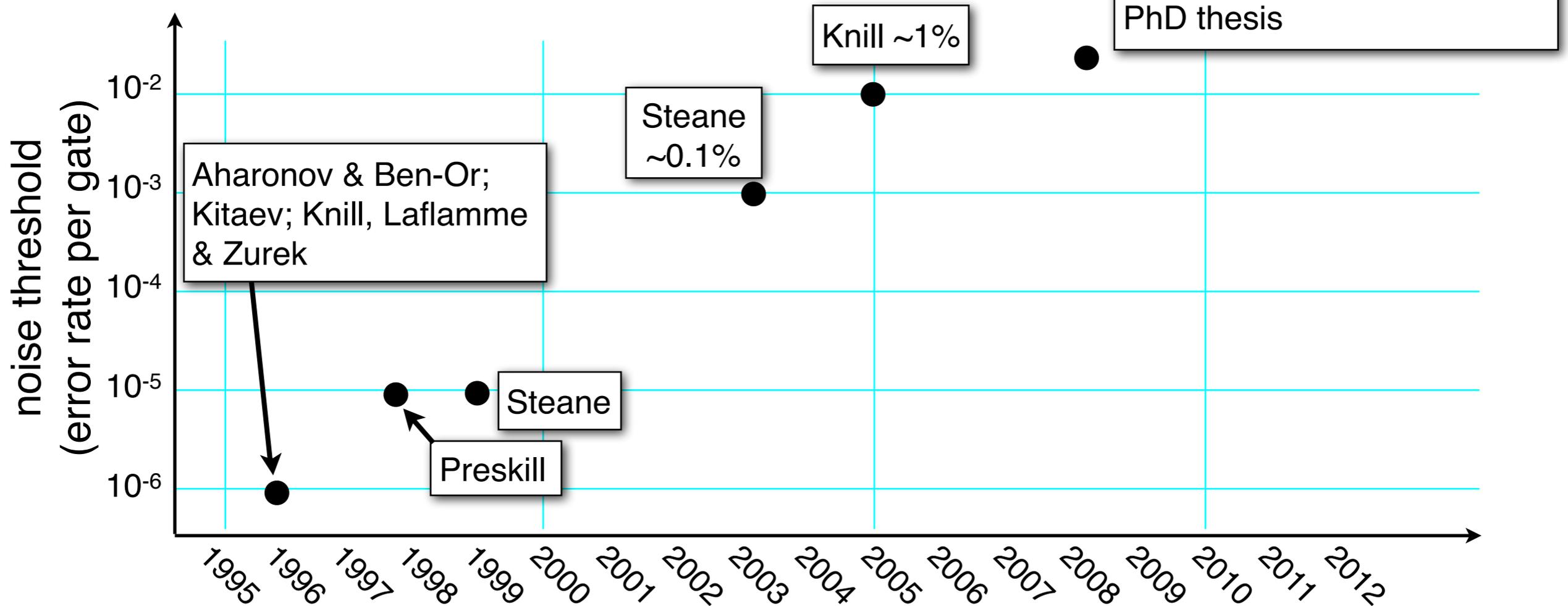
Peter Shor

$$|0_L\rangle \rightarrow |0\rangle \otimes |0\rangle \otimes |0\rangle \quad |1_L\rangle \rightarrow |1\rangle \otimes |1\rangle \otimes |1\rangle$$



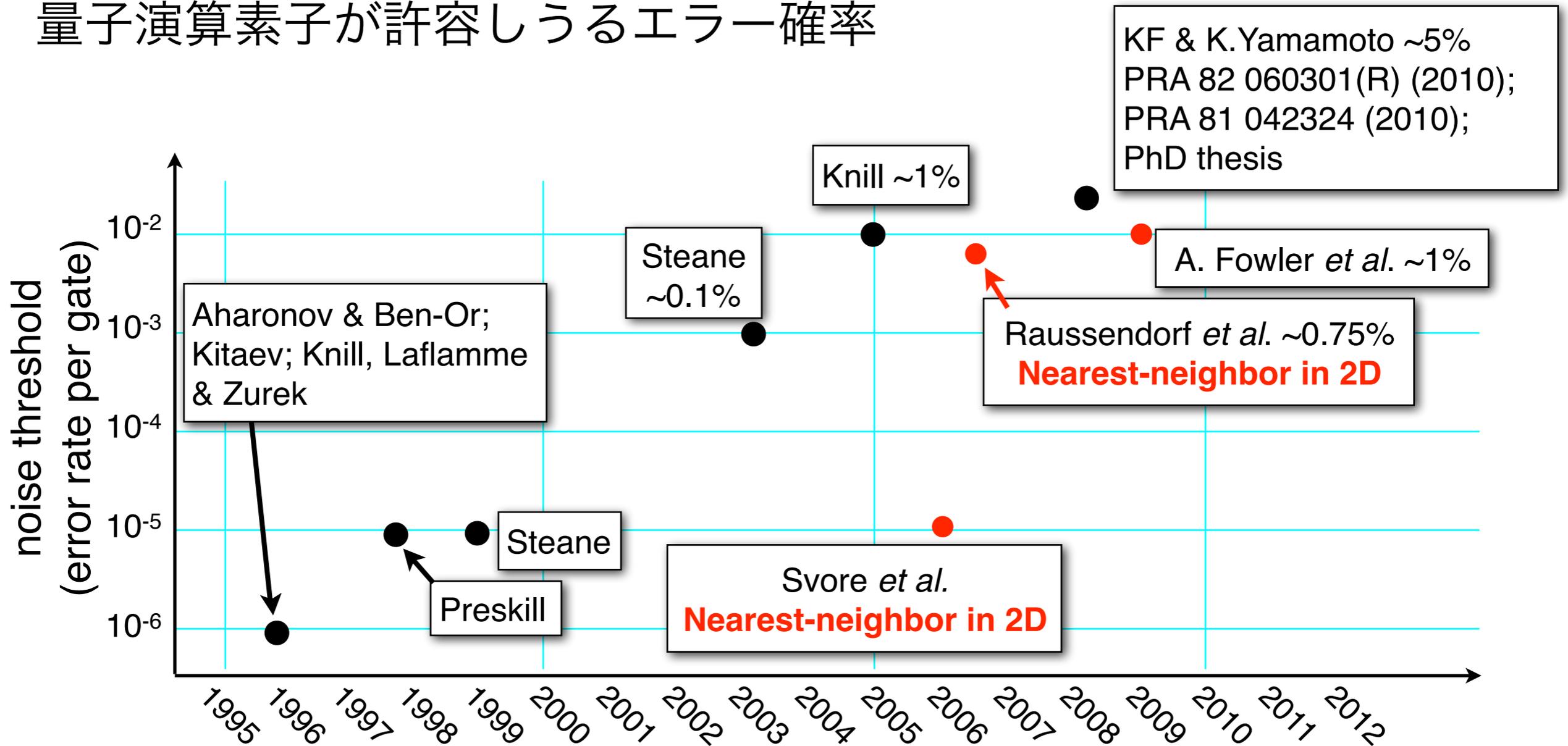
誤り耐性量子コンピュータ

量子演算素子が許容しうるエラー確率



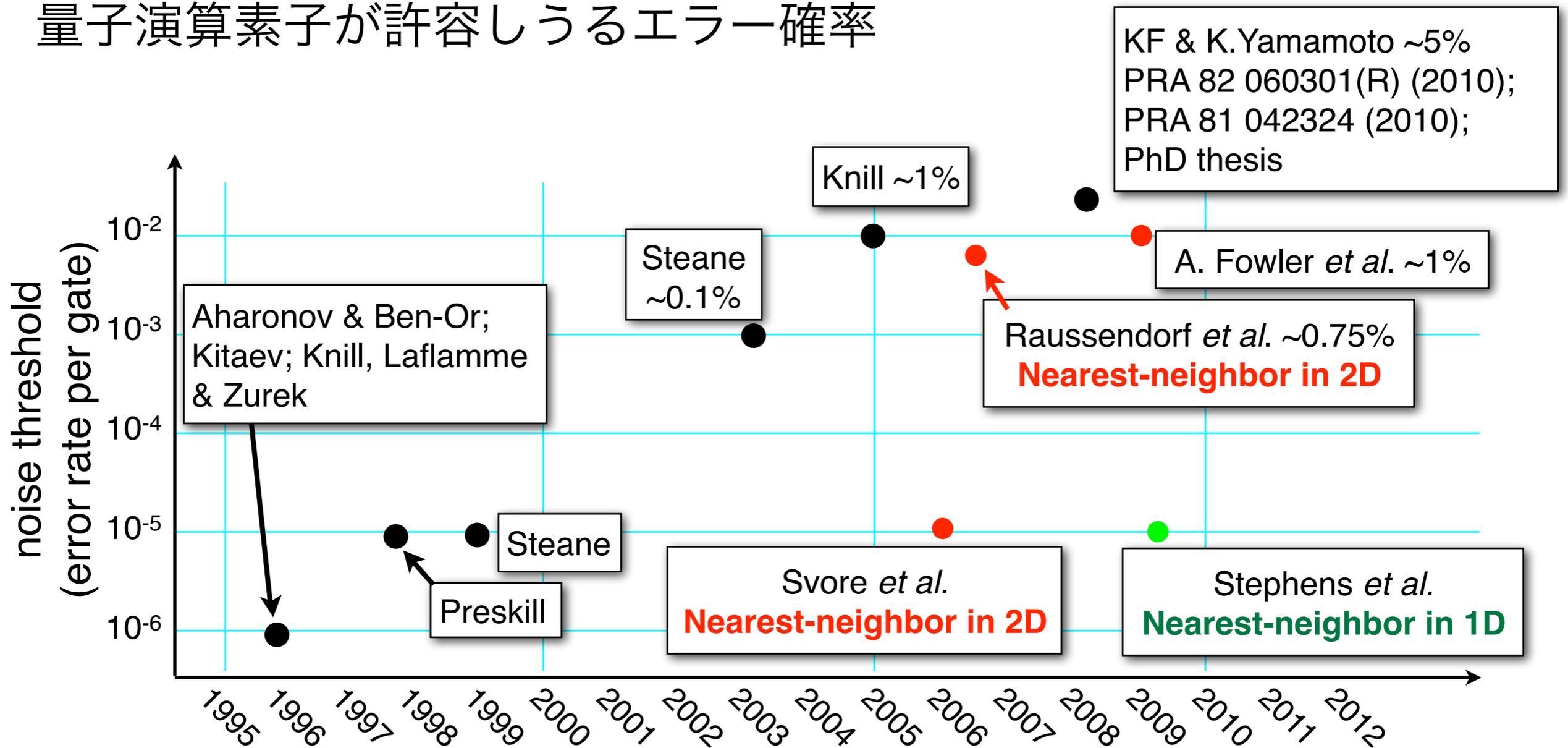
誤り耐性量子コンピュータ

量子演算素子が許容しうるエラー確率



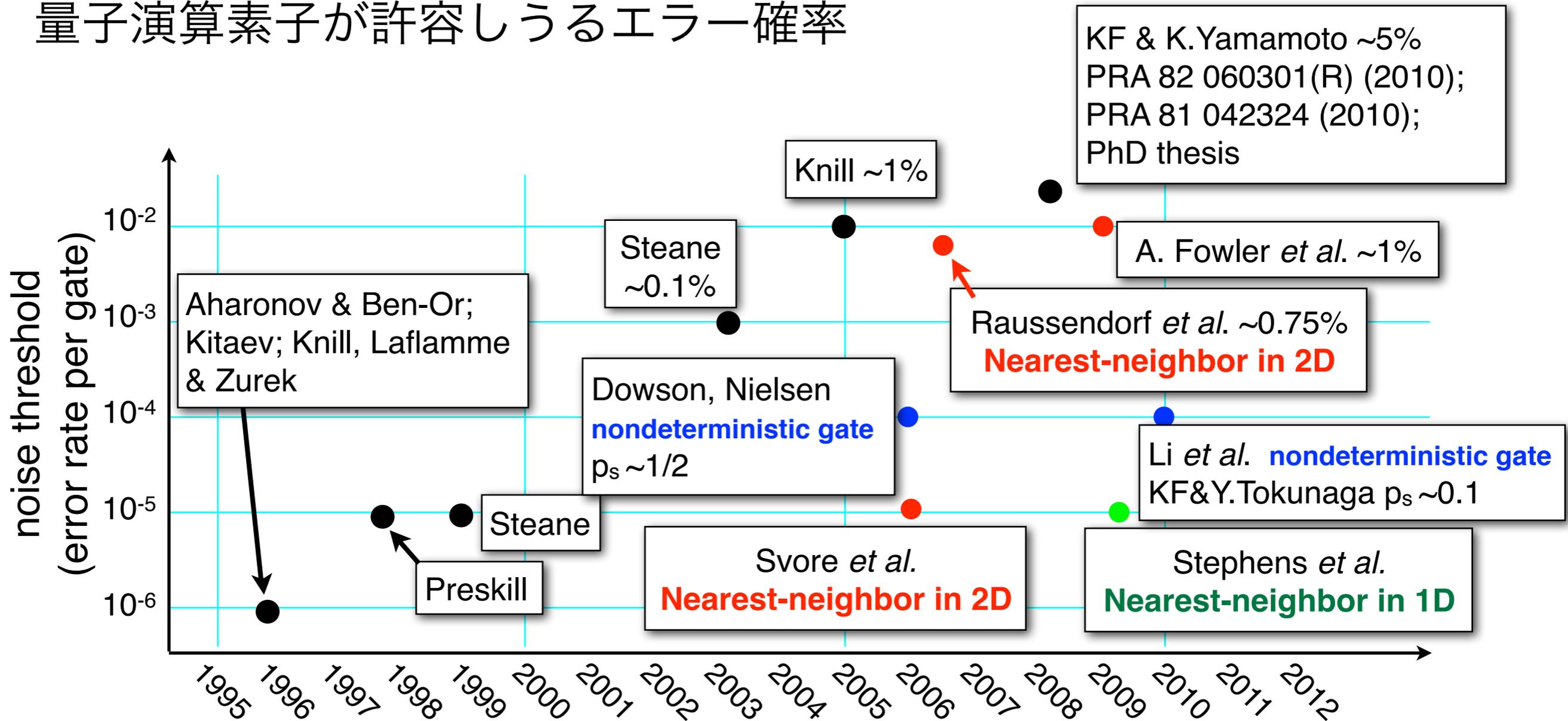
誤り耐性量子コンピュータ

量子演算素子が許容しうるエラー確率



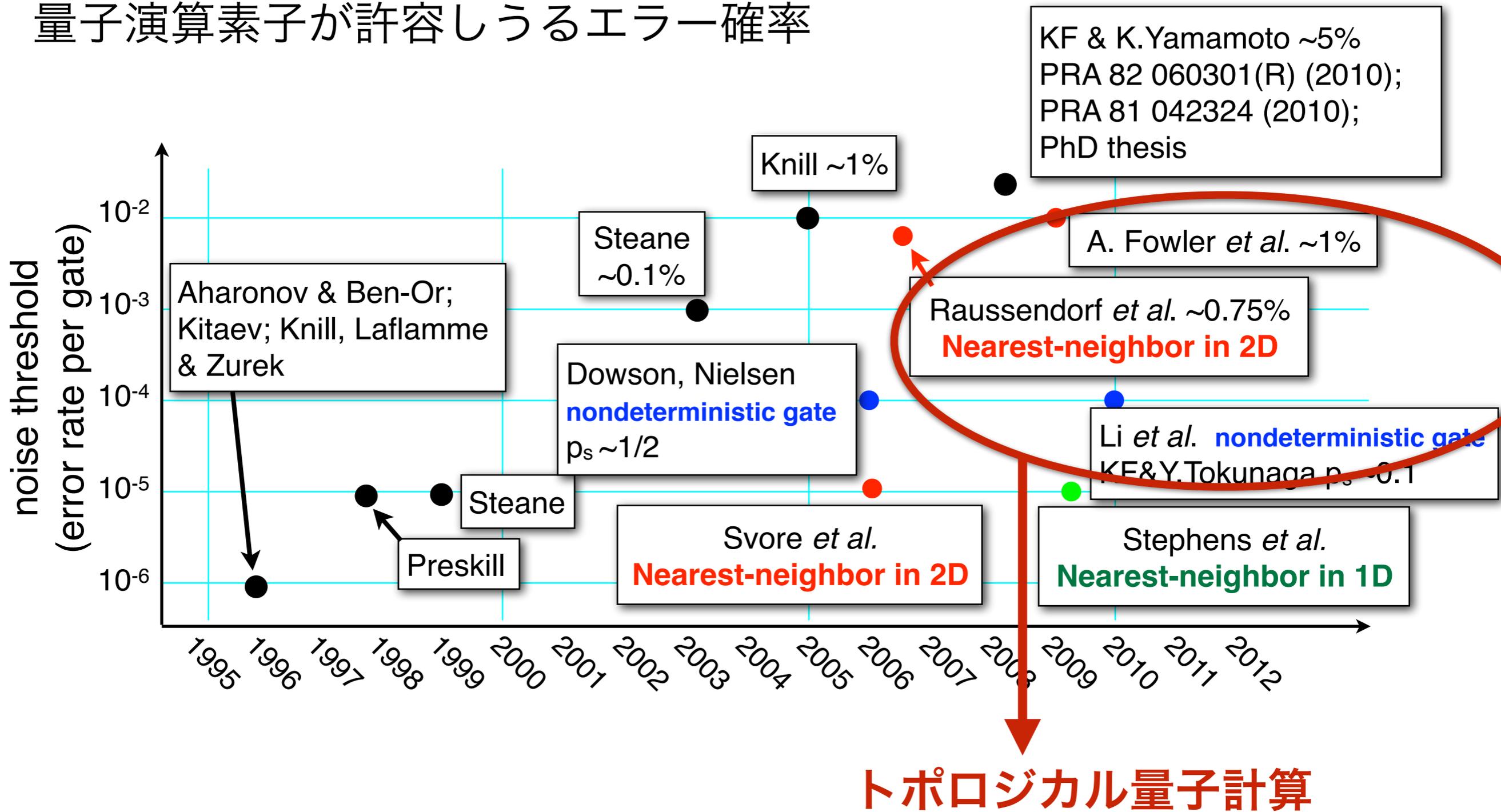
誤り耐性量子コンピュータ

量子演算素子が許容しうるエラー確率



誤り耐性量子コンピュータ

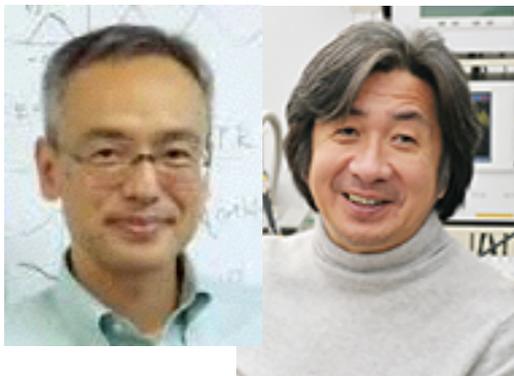
量子演算素子が許容しうるエラー確率



超伝導量子コンピュータ

superconducting system:

two electrons form a Cooper pair, and has a macroscopic quantum coherence

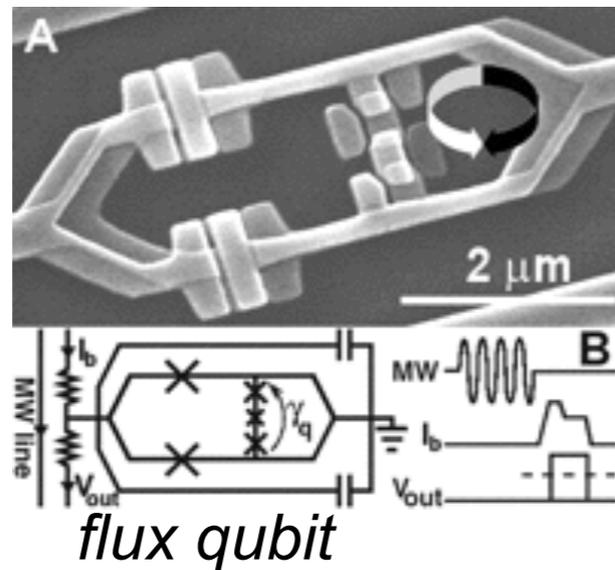


中村・蔡先生

(NEC, RIKEN)

超伝導量子ビット

Y. Nakamura et al (NEC), Nature 1999



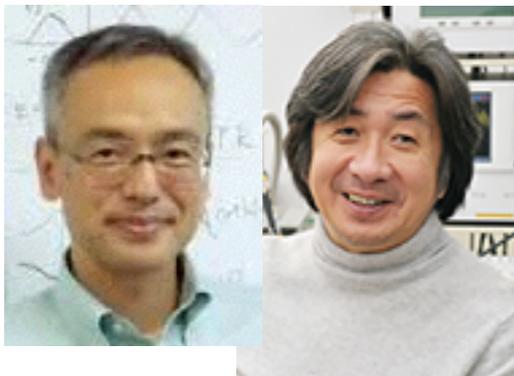
flux qubit

I. Chiorescu et al (Delft), Science 2003

超伝導量子コンピュータ

superconducting system:

two electrons form a Cooper pair, and has a macroscopic quantum coherence

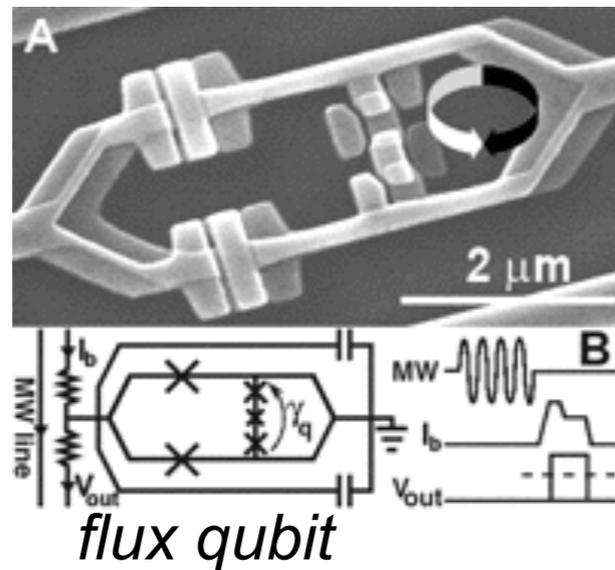


中村・蔡先生

(NEC, RIKEN)

超伝導量子ビット

Y. Nakamura et al (NEC), Nature 1999



flux qubit

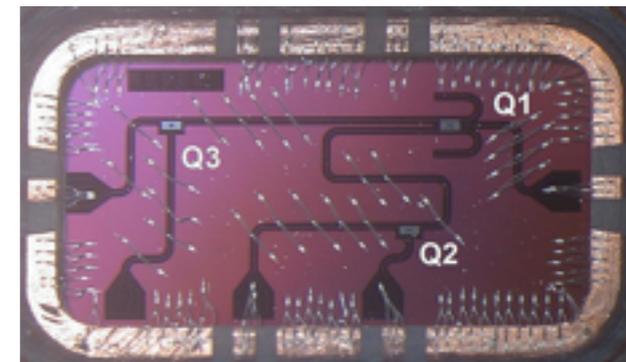
I. Chiorescu et al (Delft), Science 2003

IBM (Watson Research Center) group:

“Universal Quantum Gate Set Approaching Fault-Tolerant Thresholds with Superconducting Qubits”

J. M. Chow et al., Phys. Rev. Lett. 2012

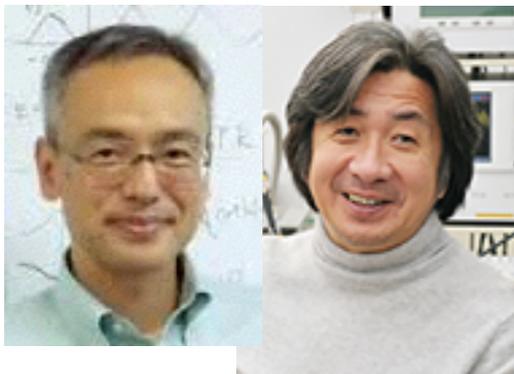
gate fidelity: 95-98%



超伝導量子コンピュータ

superconducting system:

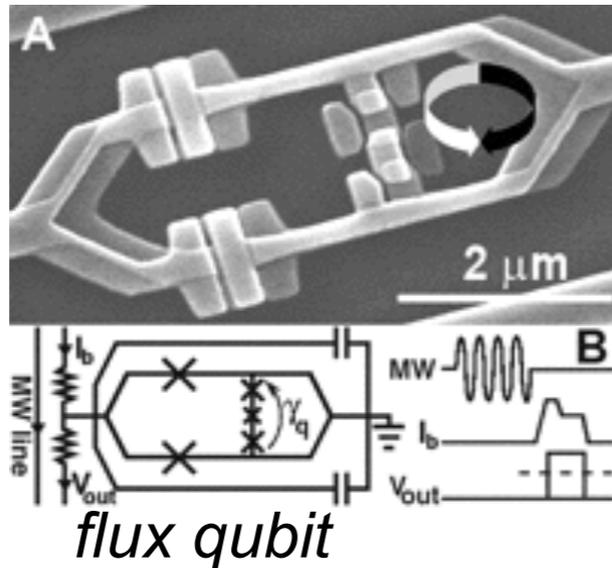
two electrons form a Cooper pair, and has a macroscopic quantum coherence



中村・蔡先生
(NEC, RIKEN)

超伝導量子ビット

Y. Nakamura et al (NEC), Nature 1999



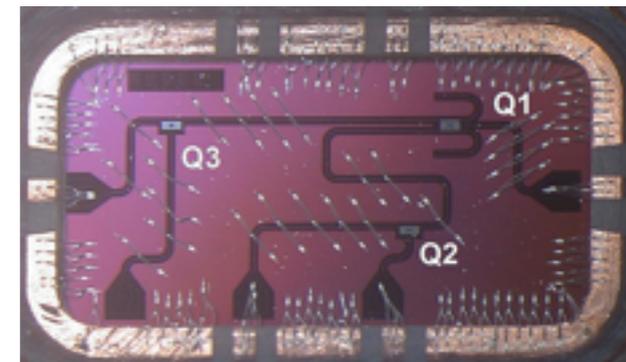
I. Chiorescu et al (Delft), Science 2003

IBM (Watson Research Center) group:

“Universal Quantum Gate Set Approaching Fault-Tolerant Thresholds with Superconducting Qubits”

J. M. Chow et al., Phys. Rev. Lett. 2012

gate fidelity: 95-98%



UCSB J. Martinis’s group:

“Superconducting quantum circuits at the surface code threshold for fault tolerance”

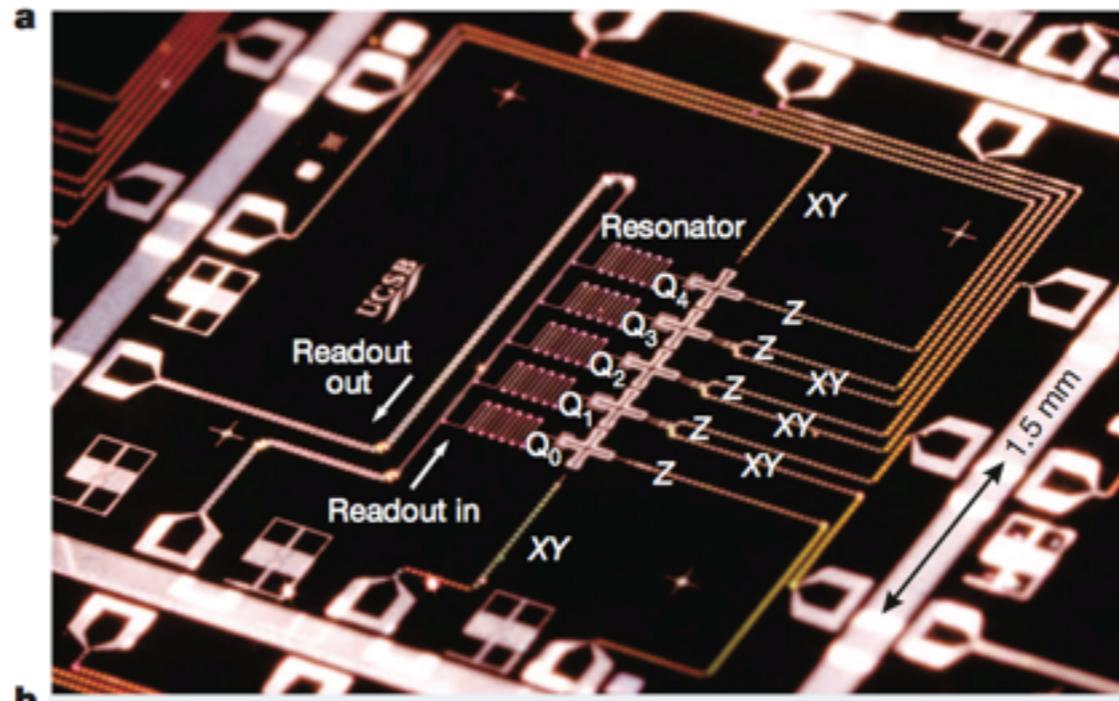
R. Barends et al., Nature 2014

[fidelities]

single-qubit gate: 99.92%

two-qubit gate: 99.4%

measurement: 99%

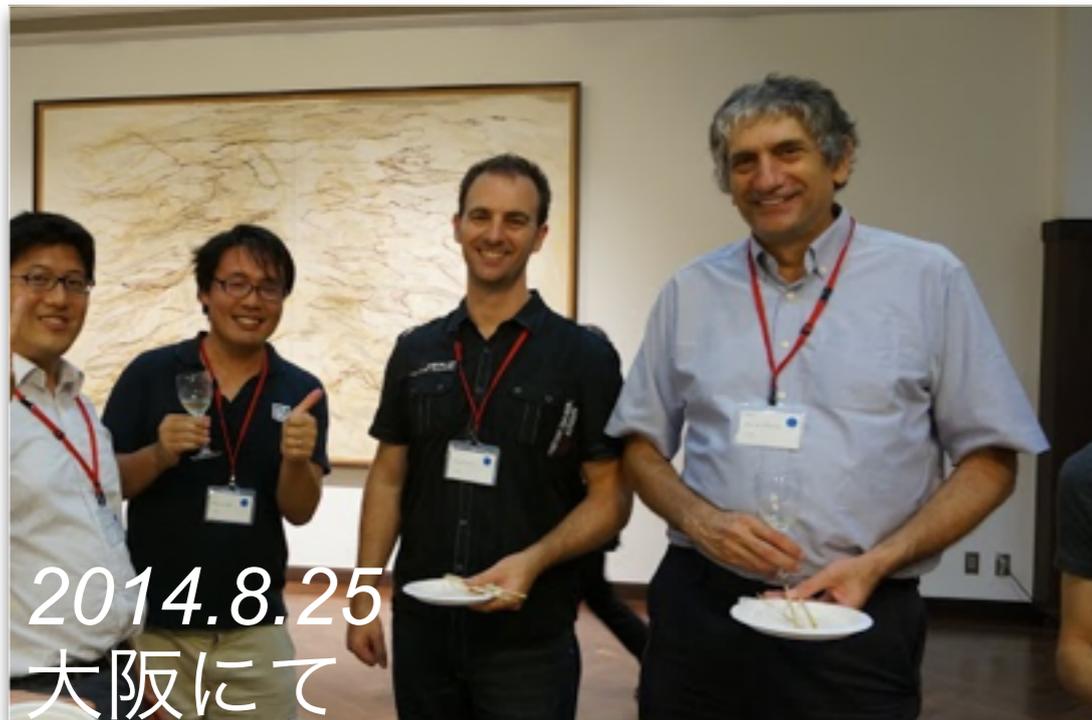


Googleが^いついに. . .

Googleがついに. . .



Googleがついに. . .



Google Hires Quantum Computing Expert John Martinis to Build New Hardware

By Jeremy Hsu
Posted 8 Sep 2014 | 21:00 GMT

[Share](#) | [Email](#) | [Print](#)



Google

翌週

3つのアプローチ

量子アニーリング (D-wave マシン)

- ・ ~500量子ビットの量子アニーリングマシンが既に実装されている.
- ・ 量子性は実験的に検証されている.
- ・ スピードアップが有るかどうかはまだよくわからない.

理論提案は門脇・西森@東工大(1998)

→ D-wave, Google



難

3つのアプローチ

量子アニーリング (D-wave マシン)

- ・ ~500量子ビットの量子アニーリングマシンが既に実装されている.
- ・ 量子性は実験的に検証されている.
- ・ スピードアップが有るかどうかはまだよくわからない.

理論提案は門脇・西森@東工大(1998)

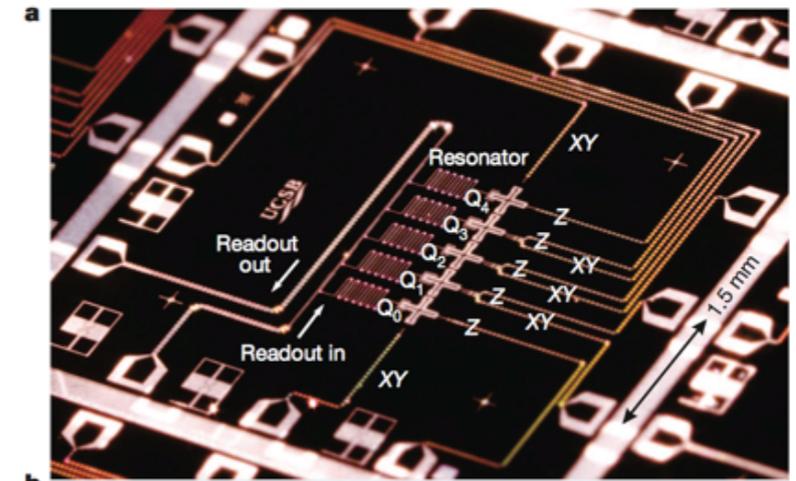
→ D-wave, Google



トポロジカル誤り耐性量子コンピュータ

- ・ 雑音に弱い量子情報をトポロジカル符号で保護する.
- ・ 理論的には指数的スピードアップが保証されている.
- ・ 理論が要求する雑音レベルに到達した!
- ・ たくさんの量子ビットを必要とする 10^8 量子ビット.

→ UCSB, IBM,...etc "Quantum computer quest" Nature (2014)



3つのアプローチ

量子アニーリング (D-wave マシン)

- ・ ~500量子ビットの量子アニーリングマシンが既に実装されている.
- ・ 量子性は実験的に検証されている.
- ・ スピードアップが有るかどうかはまだよくわからない.

理論提案は門脇・西森@東工大(1998)

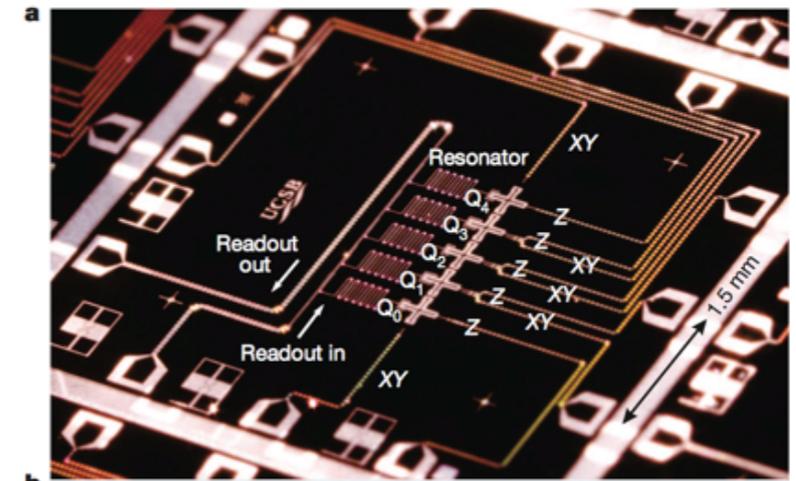
→ D-wave, Google



トポロジカル誤り耐性量子コンピュータ

- ・ 雑音に弱い量子情報をトポロジカル符号で保護する.
- ・ 理論的には指数的スピードアップが保証されている.
- ・ 理論が要求する雑音レベルに到達した!
- ・ たくさんの量子ビットを必要とする 10^8 量子ビット.

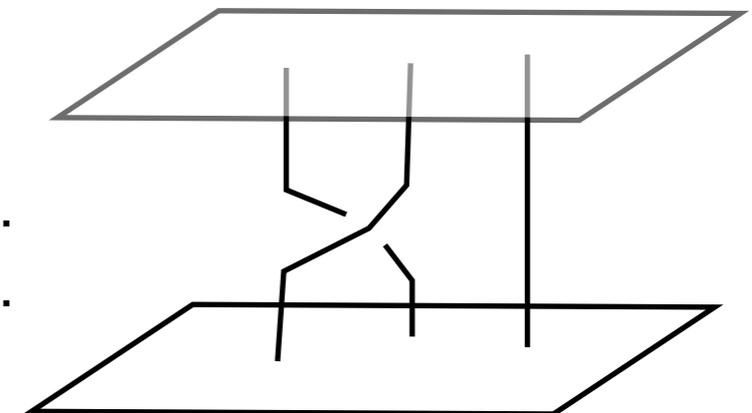
→ UCSB, IBM,...etc "Quantum computer quest" Nature (2014)



エニオンを用いたトポロジカル量子計算

- ・ 量子情報がネイティブに保護されている.
- ・ 非アーベリアンエニオンを実験的に見つけないといけない.
- ・ 非アーベリアンエニオンを自在に操作できないといけない.

→ Microsoft ... etc



難

量子コンピュータ概論

- **量子情報基礎：**
量子ビット、量子演算、多量子ビット系、多量子ビット演算、量子状態の測定、密度演算子
- **量子計算基礎：**
万能量子計算、Solovay-Kitaevアルゴリズム、量子アルゴリズム
(Hadamardテスト、Kitaev位相推定アルゴリズム、Shorの素因数分解アルゴリズム、**Aharonov-Jones-LandauのJones多項式近似アルゴリズム***)
- **スタビライザー形式と応用：**
スタビライザー形式、Gottesman-Knillの定理、量子誤り訂正符号、マジック状態蒸留*、誤り耐性量子計算、測定型量子計算*
- **トポロジカル符号とトポロジカル誤り耐性量子計算***

量子コンピュータ概論

- **量子情報基礎：**

量子ビット、量子演算、多量子ビット系、多量子ビット演算、量子状態の測定、密度演算子

- **量子計算基礎：**

万能量子計算、Solovay-Kitaevアルゴリズム、量子アルゴリズム
(Hadamardテスト、Kitaev位相推定アルゴリズム、Shorの素因数分解アルゴリズム、**Aharonov-Jones-LandauのJones多項式近似アルゴリズム***)

- **スタビライザー形式と応用：**

スタビライザー形式、Gottesman-Knillの定理、量子誤り訂正符号、マジック状態蒸留*、誤り耐性量子計算、測定型量子計算*

- **トポロジカル符号とトポロジカル誤り耐性量子計算***

**成績は、出席とレポート。レポートは1日1題くらい。
レポート課題もHPにも載せる予定です。**

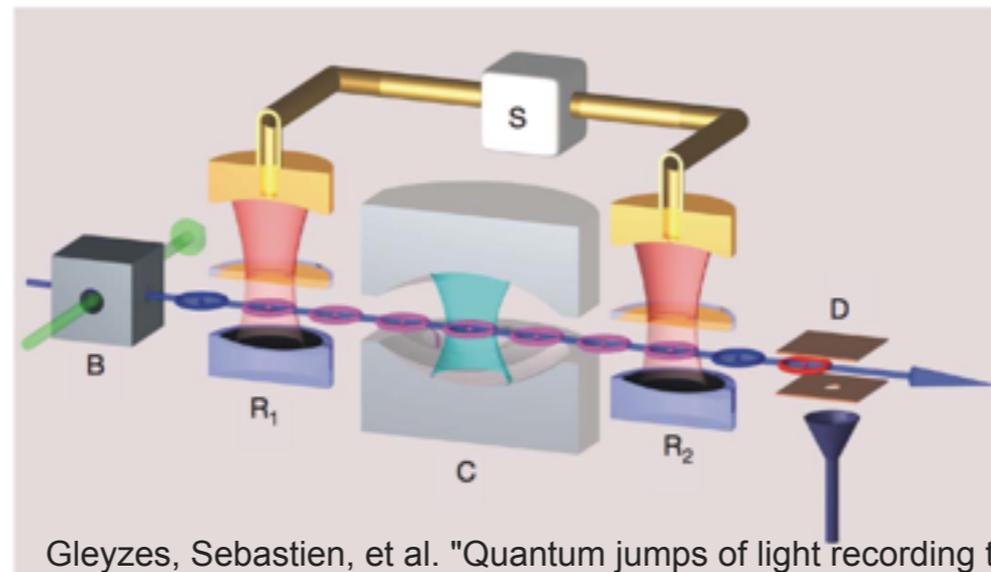
最後に

Nobel Prize 2012: Controlling individual quantum systems



http://en.wikipedia.org/wiki/Serge_Haroche

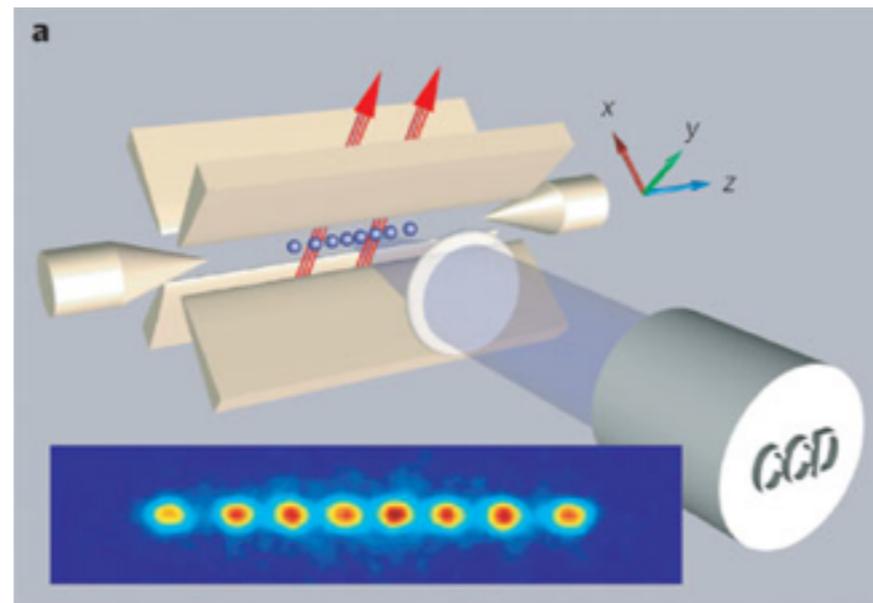
S. Haroche



Gleyzes, Sebastien, et al. "Quantum jumps of light recording the birth and death of a photon in a cavity." *Nature* 446.7133 (2007)

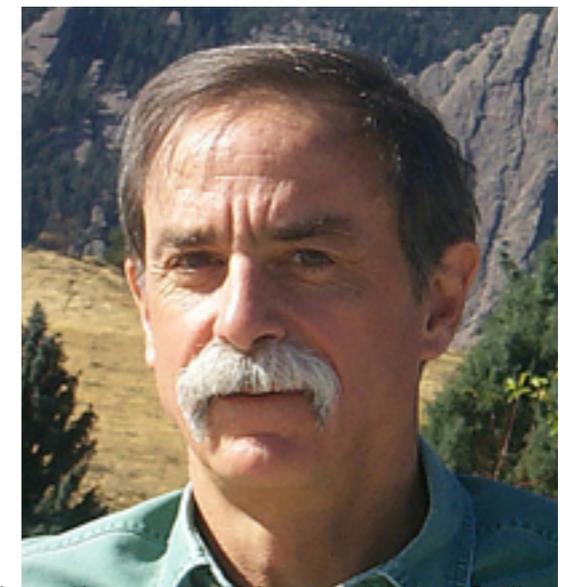
cavity-QED

光子の状態操作・非破壊測定



trapped ions

イオンの状態操作・量子演算



<http://patapsco.nist.gov/ImageGallery/details.cfm?imageid=576>

D. Winland

最後に

Nobel Prize 2012: Controlling individual quantum systems

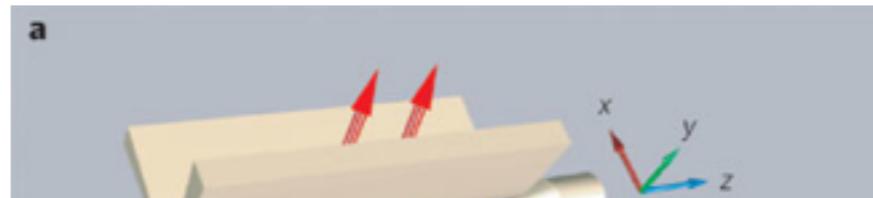


Dream or Nightmare
the theorist's dream of a quantum computer would be
*an **experimentalist's nightmare***

birth and death of a photon in a cavity." *Nature* 446.7133 (2007)

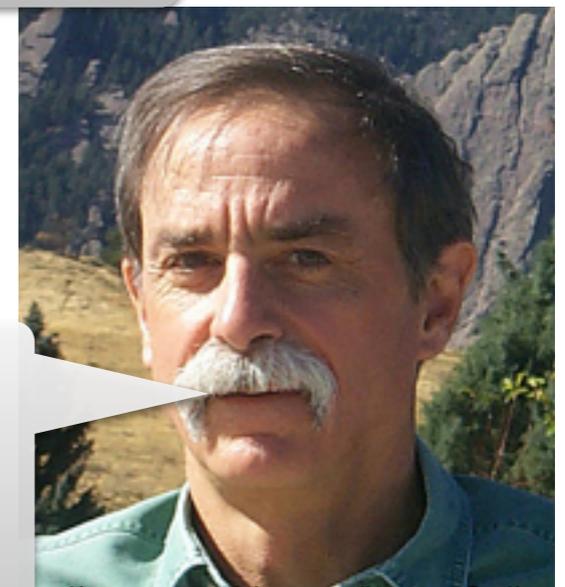
http://en.wikipedia.org/wiki/Serge_Haroche

S. Haroche



***It will eventually happen** using quantum principles to make a quantum computer that will actually have applications.*

イオンの状態操作・量子演算



<http://patapsco.nist.gov/ImageGallery/details.cfm?imageid=576>

D. Winland

操作・非破壊測定