

## §2 量子計算の基礎

§2-1

① 万能量子計算 (universal quantum computation)

= 量子コンピュータでできるタスク

→ 量子文字で記述される情報の物理系と互換性のあるマシン

任意のエンタリ演算の実行

✓ 万能量子演算 (universal gate set)

その演算の積で任意のエンタリ演算を任意の精度で実装できる

① Toffoli gate と  $SU(2)$  回転

② Toffoli  $\in$  CNOT と  $SU(2)$  に分解

→ CNOT と  $SU(2)$  はユニバーサル

③  $SU(2)$  は Hadamard と  $\pi/8$  回転に分解  
= Kitaev-Solovay アルゴリズム

→ CNOT, Hadamard,  $\pi/8$  回転はユニバーサル

① Toffoli gate と  $SU(2)$  回転はユニバーサル

$U \in$  任意の  $n$  量子ビット ( $n=2^N$  次元) のエンタリ演算とある

$$U = \begin{pmatrix} u_{11} & \dots & u_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{n1} & \dots & u_{nn} \end{pmatrix}$$

# 単位行列のうし

2-2

$j, j, k, R_j$ , 右成分の  $\pi$  を  $\pi$  から  $\pi$  に変換する。

$$T_{jk} = j \begin{pmatrix} 1 & & \\ & \ddots & \\ & & 1 \end{pmatrix} \text{ とする}$$

$T_{m,m-1}$  を選ぶと

$$UT_{m,m-1} = \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & \dots & u_{1n} \\ \vdots & & & \\ u_{m1} & & & \end{pmatrix}$$

以下同様にして

$$U(T_{m,m-1} \dots T_{m,1}) = \begin{pmatrix} \vdots & & & 0 \\ & \ddots & & \\ & & u_{m,m-1} & \\ 0 & \dots & 0 & u_{mm}'' \end{pmatrix} \begin{matrix} 2 \times 2 \text{ の行列} \\ \text{57.} \end{matrix}$$

$R_m$  とする。

$UR_m R_{m-1} \dots R_1 = \begin{pmatrix} u_{11}''' & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & u_{mm}''' \end{pmatrix} \equiv D$

$|u_{mm}| = 1$  とする。

$$U = DR_1^+ R_2^+ \dots R_m^+$$

$D$  は適当な  $T_{jk}$  の積で書けるので、

任意の  $2 \times 2$  の  $U$  は  $j, k$  成分だけの  $2 \times 2$  の行列の積に分解できる。

以下  $T_{jk}$  が Toffoli と  $SU(2)$  回転で作れること示す。

$$T_{JK} = \begin{pmatrix} \langle s | & \langle t | \\ |s\rangle & |t\rangle \end{pmatrix}$$

異なるベクトルの数.

Set は  $n$  ビット列      Set の  $i$  ビットを  $d[i]$

$$S = g_0 \rightarrow g_1 \rightarrow \dots \rightarrow g_{d-1} \rightarrow g_d = t$$

となるビット列の列を考える。ただし  $g_n$  と  $g_{n-1}$  の  
ハミング距離は 1,  $1 \leq n \leq 100$   $t=121$

$(1815 = 000 \quad t = 111$   
 $000 \rightarrow 100 \rightarrow 110 \rightarrow 111$   
 $g_0 \quad g_1 \quad g_2 \quad g_3$

$$|s\rangle \leftrightarrow |g_{d-1}\rangle$$

は Toffoli gate と (101) の 3 量子のみで構成でき。

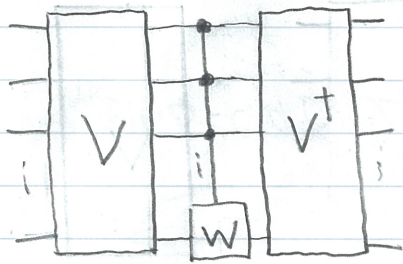
 $\nabla \cdot \mu \varepsilon \nabla$  とする。

$V = VT_j V^+$  は  $|g_{d-1}\rangle$  と  $|e\rangle$  とのユニタリ変換  
である。  $|g_{d-1}\rangle$  と  $|e\rangle$  は 1 つだけ成分が異なるので、

同一のビットからの制御演算で実行できる

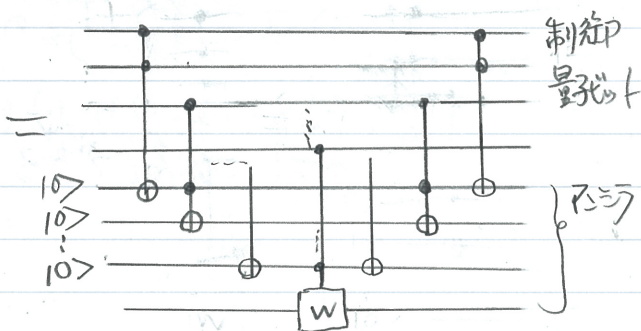
同 - のビットがすべて 1 になるように  $X$  を  $V$  含めておくと.

$$V^T J_k V = I^{n-1}(w)$$



$$\Lambda^{n-1}(W)$$

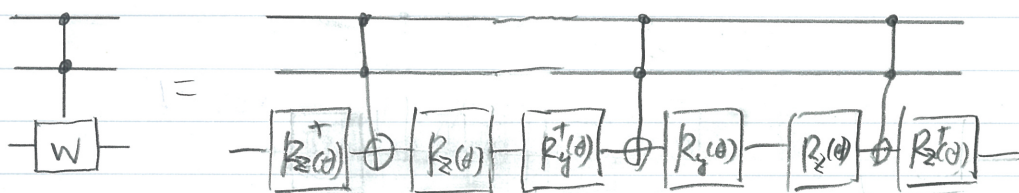
$$(I - (1 \times 1)^{\otimes n-1})^{\otimes n-1} \otimes I + (1 \times 1)^{\otimes n-1} \otimes W$$



制御  
量子化

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. 24. 25. 26. 27. 28. 29. 30. 31. 32. 33. 34. 35. 36. 37. 38. 39. 40. 41. 42. 43. 44. 45. 46. 47. 48. 49. 50. 51. 52. 53. 54. 55. 56. 57. 58. 59. 60. 61. 62. 63. 64. 65. 66. 67. 68. 69. 70. 71. 72. 73. 74. 75. 76. 77. 78. 79. 80. 81. 82. 83. 84. 85. 86. 87. 88. 89. 90. 91. 92. 93. 94. 95. 96. 97. 98. 99. 100. 101. 102. 103. 104. 105. 106. 107. 108. 109. 110. 111. 112. 113. 114. 115. 116. 117. 118. 119. 120. 121. 122. 123. 124. 125. 126. 127. 128. 129. 130. 131. 132. 133. 134. 135. 136. 137. 138. 139. 140. 141. 142. 143. 144. 145. 146. 147. 148. 149. 150. 151. 152. 153. 154. 155. 156. 157. 158. 159. 160. 161. 162. 163. 164. 165. 166. 167. 168. 169. 170. 171. 172. 173. 174. 175. 176. 177. 178. 179. 180. 181. 182. 183. 184. 185. 186. 187. 188. 189. 190. 191. 192. 193. 194. 195. 196. 197. 198. 199. 200. 201. 202. 203. 204. 205. 206. 207. 208. 209. 210. 211. 212. 213. 214. 215. 216. 217. 218. 219. 220. 221. 222. 223. 224. 225. 226. 227. 228. 229. 230. 231. 232. 233. 234. 235. 236. 237. 238. 239. 240. 241. 242. 243. 244. 245. 246. 247. 248. 249. 250. 251. 252. 253. 254. 255. 256. 257. 258. 259. 260. 261. 262. 263. 264. 265. 266. 267. 268. 269. 270. 271. 272. 273. 274. 275. 276. 277. 278. 279. 280. 281. 282. 283. 284. 285. 286. 287. 288. 289. 290. 291. 292. 293. 294. 295. 296. 297. 298. 299. 300. 301. 302. 303. 304. 305. 306. 307. 308. 309. 310. 311. 312. 313. 314. 315. 316. 317. 318. 319. 320. 321. 322. 323. 324. 325. 326. 327. 328. 329. 330. 331. 332. 333. 334. 335. 336. 337. 338. 339. 340. 341. 342. 343. 344. 345. 346. 347. 348. 349. 350. 351. 352. 353. 354. 355. 356. 357. 358. 359. 360. 361. 362. 363. 364. 365. 366. 367. 368. 369. 370. 371. 372. 373. 374. 375. 376. 377. 378. 379. 380. 381. 382. 383. 384. 385. 386. 387. 388. 389. 390. 391. 392. 393. 394. 395. 396. 397. 398. 399. 400. 401. 402. 403. 404. 405. 406. 407. 408. 409. 410. 411. 412. 413. 414. 415. 416. 417. 418. 419. 420. 421. 422. 423. 424. 425. 426. 427. 428. 429. 430. 431. 432. 433. 434. 435. 436. 437. 438. 439. 440. 441. 442. 443. 444. 445. 446. 447. 448. 449. 450. 451. 452. 453. 454. 455. 456. 457. 458. 459. 460. 461. 462. 463. 464. 465. 466. 467. 468. 469. 470. 471. 472. 473. 474. 475. 476. 477. 478. 479. 480. 481. 482. 483. 484. 485. 486. 487. 488. 489. 490. 491. 492. 493. 494. 495. 496. 497. 498. 499. 500. 501. 502. 503. 504. 505. 506. 507. 508. 509. 510. 511. 512. 513. 514. 515. 516. 517. 518. 519. 520. 521. 522. 523. 524. 525. 526. 527. 528. 529. 530. 531. 532. 533. 534. 535. 536. 537. 538. 539. 540. 541. 542. 543. 544. 545. 546. 547. 548. 549. 550. 551. 552. 553. 554. 555. 556. 557. 558. 559. 560. 561. 562. 563. 564. 565. 566. 567. 568. 569. 570. 571. 572. 573. 574. 575. 576. 577. 578. 579. 580. 581. 582. 583. 584. 585. 586. 587. 588. 589. 590. 591. 592. 593. 594. 595. 596. 597. 598. 599. 600. 601. 602. 603. 604. 605. 606. 607. 608. 609. 610. 611. 612. 613. 614. 615. 616. 617. 618. 619. 620. 621. 622. 623. 624. 625. 626. 627. 628. 629. 630. 631. 632. 633. 634. 635. 636. 637. 638. 639. 640. 641. 642. 643. 644. 645. 646. 647. 648. 649. 650. 651. 652. 653. 654. 655. 656. 657. 658. 659. 660. 661. 662. 663. 664. 665. 666. 667. 668. 669. 670. 671. 672. 673. 674. 675. 676. 677. 678. 679. 680. 681. 682. 683. 684. 685. 686. 687. 688. 689. 690. 691. 692. 693. 694. 695. 696. 697. 698. 699. 700. 701. 702. 703. 704. 705. 706. 707. 708. 709. 710. 711. 712. 713. 714. 715. 716. 717. 718. 719. 720. 721. 722. 723. 724. 725. 726. 727. 728. 729. 730. 731. 732. 733. 734. 735. 736. 737. 738. 739. 740. 741. 742. 743. 744. 745. 746. 747. 748. 749. 750. 751. 752. 753. 754. 755. 756. 757. 758. 759. 760. 761. 762. 763. 764. 765. 766. 767. 768. 769. 770. 771. 772. 773. 774. 775. 776. 777. 778. 779. 780. 781. 782. 783. 784. 785. 786. 787. 788. 789. 790. 791. 792. 793. 794. 795. 796. 797. 798. 799. 800. 801. 802. 803. 804. 805. 806. 807. 808. 809. 810. 811. 812. 813. 814. 815. 816. 817. 818. 819. 820. 821. 822. 823. 824. 825. 826. 827. 828. 829. 830. 831. 832. 833. 834. 835. 836. 837. 838. 839. 840. 84



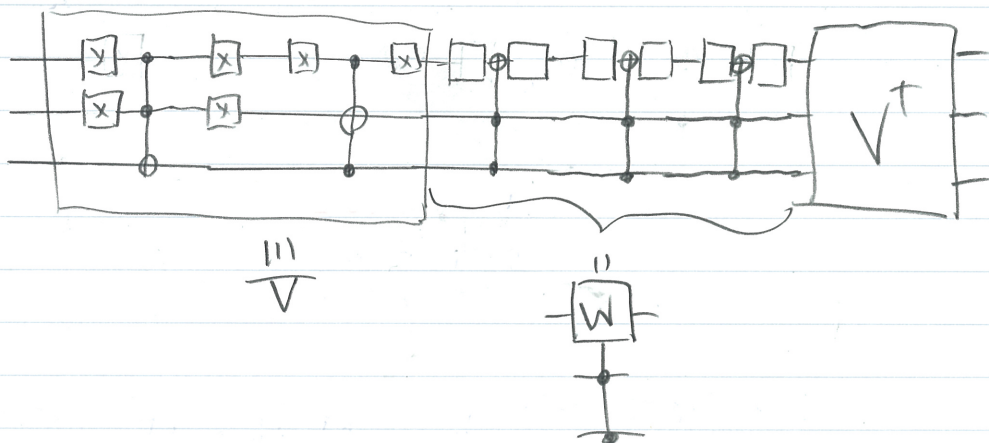


Toffoli と  $SU(2)$  に分解

→ Toffoli と  $SU(2)$  はユニバーサル  
 注)  は②で説明する方法でもよい

(例)  $\{ |000\rangle, |111\rangle \}$  のユニタリ演算子

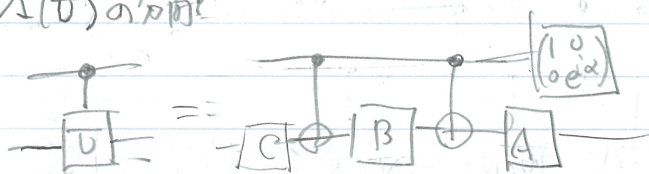
$000 \rightarrow 001 \rightarrow 011 \rightarrow 111$





(4/11)

## ② Toffoli の分解

✓  $\Lambda(U)$  の分解

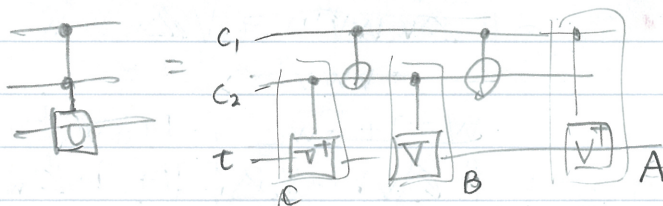
$$|0\rangle\langle 0| \otimes ABC + e^{i\alpha} |1\rangle\langle 1| \otimes \tilde{A} \tilde{B} \tilde{C}$$

$$ABC = I, U = e^{i\alpha} \tilde{A} \tilde{B} \tilde{C}$$

$$\left( \begin{array}{l} A \equiv R_z(\beta) R_y(\delta/2) \quad B \equiv R_y(-\delta/2) R_z(-(\delta+\beta)/2) \\ C \equiv R_z((\delta-\beta)/2) \end{array} \right) \text{と可.}$$

✓  $\Lambda^2(U)$  の分解

$$ABC = I, A \tilde{B} \tilde{C} = \Lambda(U)$$



$$c_1 \text{ or } |0\rangle \text{ のとき, } AB = I$$

$$c_1 \text{ or } |1\rangle \text{ のとき, } \begin{cases} c_2 \text{ or } |0\rangle \text{ のとき, } AB = I \\ c_2 \text{ or } |1\rangle \text{ のとき, } AC = V^{\dagger 2} \end{cases}$$

Toffoli は  $U = X$  なのぢ。

$$\rightarrow \Lambda^2(V^{\dagger 2})$$

$$V^{\dagger} = \sqrt{X} = e^{-i\frac{\pi}{4}} e^{i\frac{\pi}{4} X}$$

はずでに分解可.

→ Toffoli は CNOT と  $SU(2)$  に分解 → CNOT と  $SU(2)$  はユニバーサル.

(3)  $SU(2)$  は Hadamard と  $\frac{\pi}{8}$  に分解.

Kitaev-Solovay 引理: 任意の  $U \in SU(2)$  の  $\epsilon_{n-1}$  近似  $U_{n-1}$  を受けとり、 $\epsilon_n$  近似  $U_n$  を返す。

$$\left( \epsilon \text{ 近似 } \|U - U^{\text{opt}}\| \leq \epsilon, \|A\| = \sup_{\|x\|=1} \|Ax\| \right)$$

(i)  $UU_{n-1}^\dagger = VWV^\dagger W^\dagger$  (group commutator に分解)  
 ただし  $\|I - V\|, \|I - W\| \leq C\sqrt{\epsilon_{n-1}}$

(\*)  $\wedge$ .

(ii)  $V, W$  の  $\epsilon_{n-1}$  近似を求める。

$$\rightarrow V_{n-1}, W_{n-1}$$

(ii')  $\epsilon_n$  近似を返す

$$U_n = V_{n-1} W_{n-1} V_{n-1}^\dagger W_{n-1}^\dagger U_{n-1} \text{ を返す}$$

$$\text{このとき, } \|U - U_n\| \leq C\epsilon_{n-1}^{3/2}$$

(iii) の証明  $\|U_n - U\| = \|V_{n-1} W_{n-1} V_{n-1}^\dagger W_{n-1}^\dagger - VWV^\dagger W^\dagger\|$

$$\begin{aligned} V_{n-1} &= V + \Delta V & W_{n-1} &= W + \Delta W \\ &= \|\Delta V W V^\dagger W + V \Delta W W^\dagger W^\dagger + VW \Delta V^\dagger W^\dagger \\ &\quad + VWV^\dagger \Delta W^\dagger\| + O(\Delta^2) \end{aligned}$$

$$W = I + \delta W \quad V = I + \delta V \text{ とし}$$

$$\begin{aligned} &= \|\Delta V V^\dagger + V \Delta V^\dagger\| + \|\Delta W W^\dagger + W \Delta W^\dagger\| \\ &\quad + \mathcal{O}(\delta \Delta) + O(\Delta^2, \delta^2 \Delta) \end{aligned}$$

$VWV^\dagger W^\dagger$   
 に分解しておかけ

$$\begin{aligned} &\rightarrow VV^\dagger = I \quad (V + \Delta V)(V + \Delta V)^\dagger = I + \delta V \\ &\text{for } \|\Delta V V^\dagger + V \Delta V^\dagger\| = \|\Delta V \Delta V^\dagger\| = O(\Delta^2) \end{aligned}$$

$$\|U_n - U\| = \mathcal{O}(\delta \Delta) + O(\Delta^2, \delta^2 \Delta)$$

$\Delta V SWV^\dagger$  とか。

2-4

$$\|\Delta_{y,n}\| \leq \epsilon_{n-1} \quad \|\delta_{v,w}\| \leq C\sqrt{\epsilon_{n-1}} \quad \text{or.}$$

$$\|U - U_n\| \leq C' \epsilon_{n-1}^{3/2} \quad C' \approx 8C.$$

$$\text{So } \|U - U_n\| \leq \frac{(2C'\epsilon_0)^{(3/2)^n}}{(2C')} \quad \left( \begin{array}{l} \text{精度の } U \text{ と} \\ U(Y, Y(C)) \\ \text{の } 1/2 \text{ まで作れる} \end{array} \right)$$

$\epsilon_n$  は super exp 2 0K, 1/4-2 は +5% →

$O(2^k)$  近似は基本ゲートセット  $\{H, T\}$  で作る.

$$e^{-i\frac{\pi}{8}Z} e^{-i\frac{\pi}{8}X} = e^{-i\frac{\pi}{8}Z} H e^{i\frac{\pi}{8}Z} H$$

$$= \cos^2 \frac{\pi}{8} \left[ -i \left[ \cos \frac{\pi}{8} (X+Z) + \sin \frac{\pi}{8} Y \right] \right] \sin \frac{\pi}{8}$$

$$\rightarrow \vec{n} = \left( \cos \frac{\pi}{8}, \sin \frac{\pi}{8}, \cos \frac{\pi}{8} \right) \text{ 軸に}$$

$$\cos(\theta/2) \approx \cos^2 \frac{\pi}{8} \text{ を } \theta \text{ の } \theta/2 \text{ として}$$

π の 無理数倍.   
 270° の 270° 軸に π/2 だけ倍 同様に 270°

H と  $\frac{\pi}{8}$  の積は,  $SO(2)$  で稠密.

(\*) ① の証明.

$V \in X$  軸に  $\phi$ ,  $W \in Y$  軸に  $\phi$  回転すると.

$VWV^TW^T$  はある軸  $\hat{n}$  に

$$S_L(\theta/2) = 2S_L^2(\phi/2)\sqrt{1-S_L^2(\phi/2)}$$

に等しい.

$1 \gg \theta, \phi$  だと.

$$\theta \approx 2\phi^2$$

$$\phi \approx \frac{1}{\sqrt{2}} \theta^{1/2}$$

$$\|I - UV_n^T\| = \|I - VWV^TW^T\| \approx \theta$$

$$\|I - V\| \approx \|I - W\| \approx \phi \approx \frac{1}{\sqrt{2}} \theta^{1/2}$$

So,  $\|U - U_n\| \leq \epsilon_{n-1}$  だと.

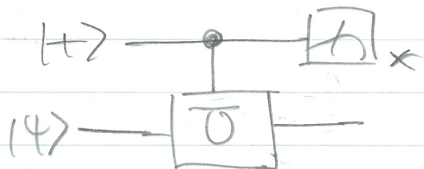
$W, V \in C\sqrt{\epsilon_{n-1}}$  のように  $W, V$  を

選ぶことが出来る.



## ② 量子アルゴリズム

✓ Hadamard テスト.



$$P_+ = \frac{1}{2} (1 + \text{Re} \langle \psi | U | \psi \rangle)$$

$$P_- = \frac{1}{2} (1 - \text{Re} \langle \psi | U | \psi \rangle)$$

レポート  
計算せよ.

○  $U$  が  $\pm 1$  の固有値を持つ (パウリ行列など) のときは、固有値が  $\pm 1$  となる (✓)

○ Hadamard test を  $N$  回繰り返したとき  $N+1$  回 +1 が得られる確率

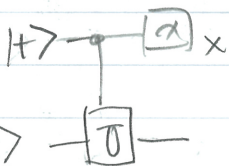
$$P\left(\left|\frac{N_+}{N} - P_+\right| \geq \delta\right) \leq 2e^{-2\delta^2 N}$$

Chernoff + Hoeffding bound

○  $|\psi\rangle$  が  $U$  の固有状態のときは、 $U$  の固有値の測定

○  $|\psi\rangle$  が完全混合状態のときは  $\text{Tr}[U]$  (✓)

$U$  の固有状態  $|\lambda\rangle$  が与えられるとする.



$$U|\lambda\rangle = e^{i\lambda} |\lambda\rangle \text{ とき}$$

$$|0\rangle |\lambda\rangle \rightarrow |0\rangle |\lambda\rangle$$

$$|1\rangle |\lambda\rangle \rightarrow e^{i\lambda} |1\rangle |\lambda\rangle \text{ (固有値が)} \underline{\hspace{2cm}}$$

$\lambda$  をどれほど精度よく (精度よく)

測り出せるか?

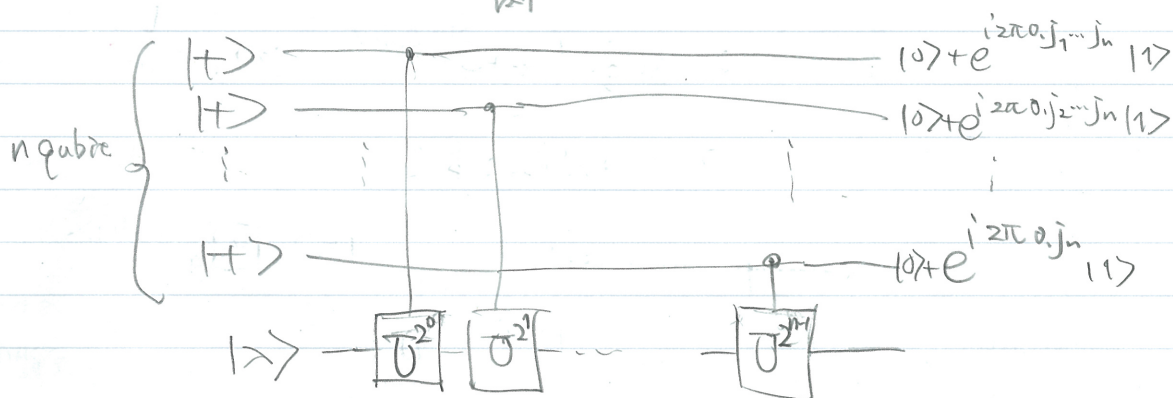
→  $U$  の固有値の測定アルゴリズム

# V Kitaev の位相多体物理

V の固有状態  $|\lambda\rangle$ ,  $\lambda$  の固有値  $e^{i2\pi\lambda}$  とする.

さらに,  $\lambda = 0, j_1, j_2, \dots, j_n$  とする.

$$\left( \lambda = \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{2}\right)^k j_k \right)$$



## V 量子フーリエ変換

$$F|y\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{x=0}^{N-1} e^{2\pi i x y / N} |x\rangle$$

$y, x = 0, 1, \dots, N-1$

2進数表示  $y = y_1 y_2 \dots y_n$   
 $(2^n = N) \quad x = x_1 x_2 \dots x_n$

$$F|y\rangle = \frac{1}{\sqrt{2^n}} \sum_{x=0}^{2^n-1} e^{2\pi i x y / 2^n} |x\rangle$$

回路

$$= \frac{1}{\sqrt{2^n}} \sum_{x_1=0}^{2^{n-1}-1} \dots \sum_{x_n=0}^{2-1} e^{2\pi i \left[ \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{2}\right)^k x_k \right] y} |x_1, \dots, x_n\rangle$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2^n}} \sum_{k=1}^n \sum_{x_k=0}^{2-1} e^{2\pi i \left(\frac{1}{2}\right)^k x_k y} |x_k\rangle$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2^n}} \sum_{k=1}^n \left( |0\rangle + e^{2\pi i \left(\frac{1}{2}\right)^k y} |1\rangle \right)$$

$$y = y_1 y_2 \dots y_n$$

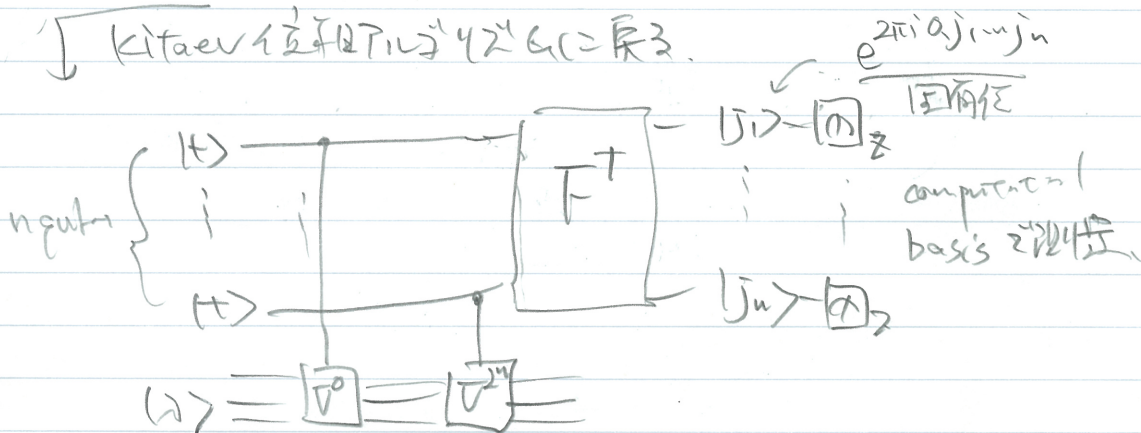
$$= \omega^{\sum_{k=1}^n (y_k \cdot 2^{k-1})} = e^{2\pi i \sum_{k=1}^n y_k \cdot 2^{k-1}}$$

5.2

$$F(y_1, y_2, \dots, y_n) = \frac{1}{2^{n/2}} \bigotimes_{k=1}^n \left( |0\rangle + e^{2\pi i \cdot 0 \cdot y_{n-k+1} \dots y_n} |1\rangle \right)$$

逆変換は  $\frac{1}{2^{n/2}} \bigotimes_{k=1}^n \left( |0\rangle + e^{2\pi i \cdot 0 \cdot y_{n-k+1} \dots y_n} |1\rangle \right) \xrightarrow{F^\dagger} |y_1, \dots, y_n\rangle$

Kitaev の位相量子計算 (Kitaev's Topological Quantum Computation)



固有値と固有関数で推定される

注)  $U^2$  が多項式  $Q$  に変換できることは多項式時間で可能である!!

✓ 冪剰余と素因数分解アルゴリズム

(modular exponential)

$x$  と  $N$  が互いに素である。  $|x\rangle \xrightarrow{U_x} |x \cdot y \bmod N\rangle$

$$U_x = \sum_y |x \cdot y \bmod N\rangle \langle y|$$

$$U_x^2 = \sum_y |x^2 \cdot y \bmod N\rangle \langle y|$$

$$U_x^{2^k} = \sum_y |x^{2^k} \cdot y \bmod N\rangle \langle y|$$

ここで  $x^{2^k} \bmod N$  は  $x$  の  $2^k$  乗剰余である。



位数  $r \in \mathbb{Z}$   $x^r \equiv 1 \pmod{N}$  となる最大の位数とする

基底状態  $|u_s\rangle = \frac{1}{\sqrt{r}} \sum_{k=0}^{r-1} \exp\left[\frac{-2\pi i s k}{r}\right] |x^k \bmod N\rangle$   
 $(0 \leq s \leq r-1)$

即ち  $U_x |u_s\rangle = \exp\left[\frac{2\pi i s}{r}\right] |u_s\rangle$  を満たす。

$\langle u_{s'v} |$  の位相は  $\pi$  の整数倍  $\frac{s}{r}$  を満たすときだけである。

○  $|u_s\rangle$  の準備は  $\frac{1}{\sqrt{r}} \sum_{s=0}^{r-1} |u_s\rangle |1\rangle$  より  $|1\rangle$  を作り、

固有空間 の射影に  $|1\rangle$  を投影する。  
 (位相操作を  $|1\rangle$  にする)

○ 満たす位相  $\varphi \approx \frac{s}{r}$  から連分展開により  $r$  を求める

○ 連分展開 (例)

$$\frac{31}{13} = 2.3846153\dots$$

$$= 2 + 0.3846153\dots$$

$$= 2 + \frac{1}{\frac{1}{0.3846153\dots}} = 2 + \frac{1}{2.600\dots}$$

$$= 2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1.66\dots}}$$

$$= 2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1.50\dots}}}$$

$$= 2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}}$$

$$= \frac{31}{13}$$

✓ 素因数分解.

→ 互いに素な  $a$  と  $N$  に対し  $a^r = 1 \pmod{N}$

が成り立つ.

$N$  を合成数とすると,  $r$  は高い確率で偶数となり,

$$(a^{r/2} - 1)(a^{r/2} + 1) = 0 \pmod{N}$$

$N$  と  $a^{r/2} - 1$  もしくは  $a^{r/2} + 1$  との最大公約数

は  $N$  の素因数となり → 素因数分解 (ユークリッドの互除法)