

① 測定制型量子計算 (MBQC)

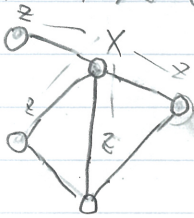
多体エンタングル状態をリソースとして量子計算モデル

(b Rausserdorf, Briegel)

→ エンタングルメントと計算能力

→ 物理的実装の異なる場合がある。

✓ グラフ状態 (クラスター状態)



グラフ $G = (E, V)$

頂点上に qubit を配置

スタビライザ $K_i = X_i \prod_{j \in \text{adj}(i)} Z_j$

(i と j が隣り合う) に作用

すべての頂点 i に対して

$K_i |G\rangle = |G\rangle$
 が成り立つ状態

(例) $\bigcirc - \bigcirc - \bigcirc$ $\begin{matrix} X-Z \\ Z-X-Z \\ Z-X \end{matrix}$

$\frac{1}{\sqrt{2}} (|+\rangle|0\rangle|+\rangle + |-\rangle|1\rangle|-\rangle)$

$|G\rangle = \prod_{(i,j) \in E} A_{ij}(z) |+\rangle^{\otimes |V|}$

(注) $|+\rangle^{\otimes |V|}$ のスタビライザ $\{K_i\}$

32 上に CZ 操作をさせる

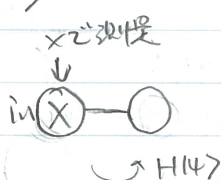
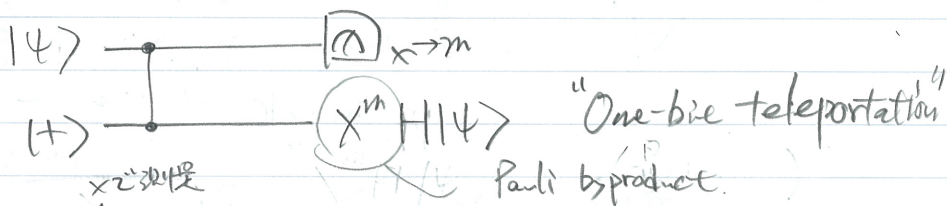
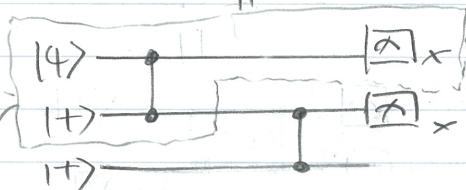
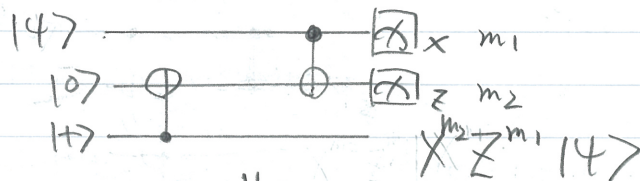


$\langle \{X_i \prod_{j \in \text{adj}(i)} Z_j = K_i\} \rangle$

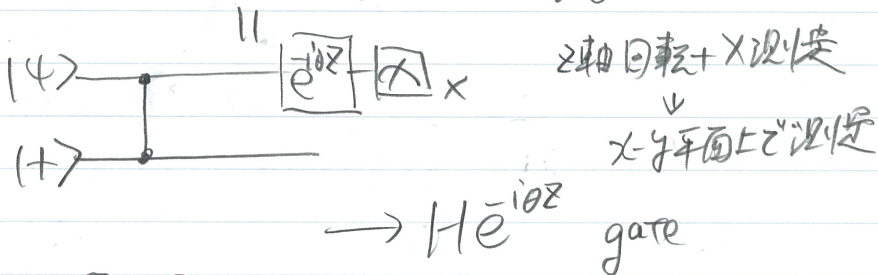
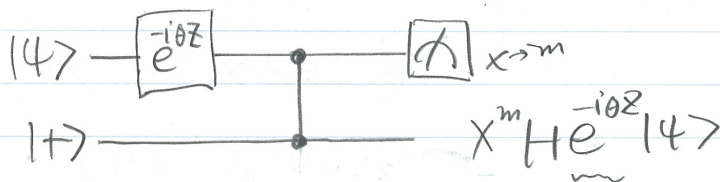
$|+\rangle$ を準備し CZ 操作をさせると、 $|G\rangle$ が得られる。

✓ グラフ状態の変形 (結局はあり)

✓ 単一量子ビット演算

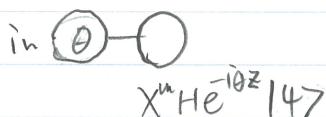


→ H gate.

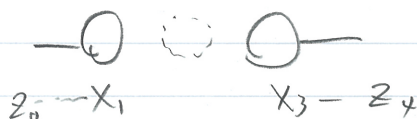
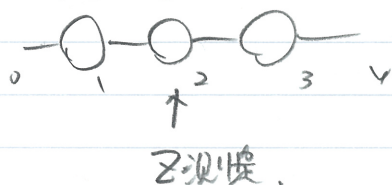


z軸回転 + X測定
↓
x-y平面上で測定

→ $H e^{-i\theta Z}$ gate



✓ グラフ状態の変形.



$$\textcircled{ZF} \quad S_1 = Z_0 - X_1 - Z_2$$

$$S_2 = Z_1 \times Z_2 \times Z_3$$

$$S_3 = Z_2 \times Z_3 - Z_4$$

S_2 と削除して, Z_2 と Z_3

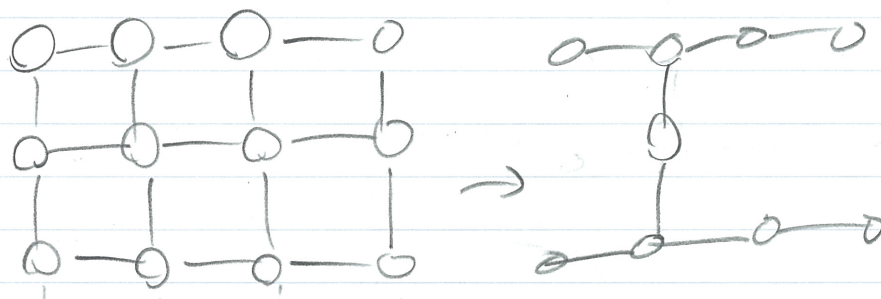
$$\langle \{Z_2, S_1, S_3, \dots\} \rangle$$

$$S'_1 = Z_2 S_1, \quad S'_3 = Z_2 S_3 \text{ など}$$

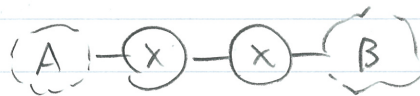
$$\langle Z_2 \rangle \langle \{S'_1, S'_3, \dots\} \rangle$$

$$\begin{matrix} \parallel & \parallel \\ Z_0 \times X_1 & X_3 - Z_4 \end{matrix}$$

図... Z_i の測定 $\rightarrow$ 頂点 i と i に接続する辺を
削除したグラフ状態.

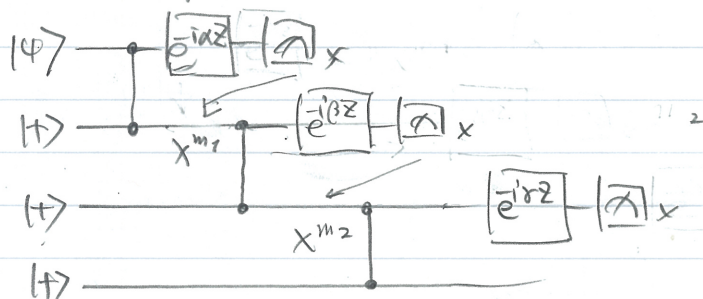


同様に,



- Pauli基底での測定は、グラフの変形 + local Clifford

3つ組をあらわす



$$X^{m_3} H e^{-i\gamma Z} X^{m_2} H e^{-i\beta Z} X^{m_1} H e^{-i\alpha Z} |\psi\rangle$$

$$= X^{m_3} X^{m_2} X^{m_1} H e^{-i(-1)^{m_2} \gamma Z} H e^{-i(-1)^{m_1} \beta Z} H e^{-i\alpha Z}$$

測定の結果によって作用が変化する

→ 打ち消すために adaptive (フィードバック) (feedforward)

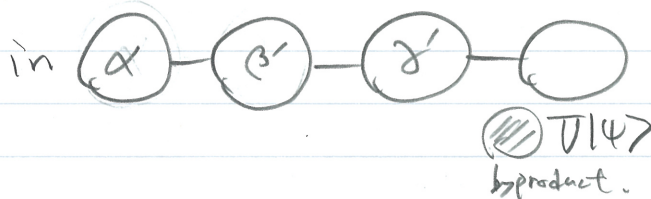
$$\beta = (-1)^{m_1} \beta' \quad \gamma = (-1)^{m_2} \gamma'$$

と書き直すと

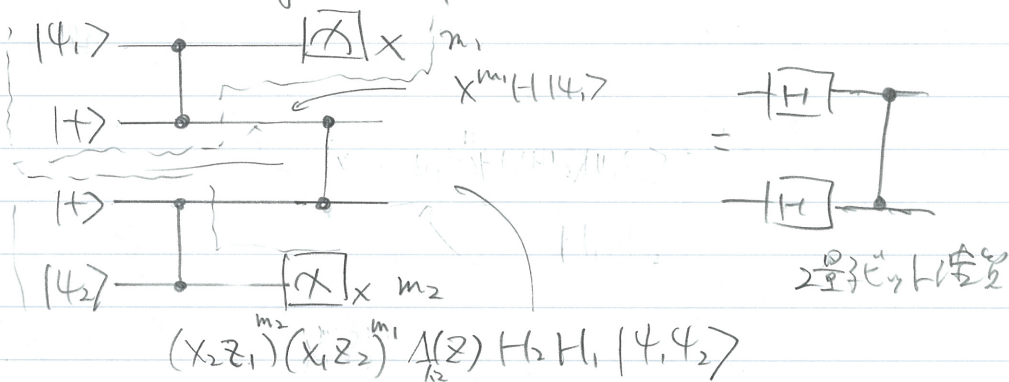
$$X^{m_3 \oplus m_1} Z^{m_2} H e^{-i\gamma' Z} H e^{-i\beta' Z} H e^{-i\alpha Z} |\psi\rangle$$

$$= X^{m_3 \oplus m_1} Z^{m_2} H e^{-i\gamma' Z} e^{-i\beta' X} e^{-i\alpha Z} |\psi\rangle$$

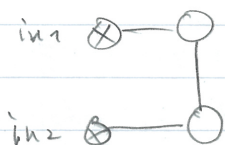
任意の $SL(2)$ 操作をする。



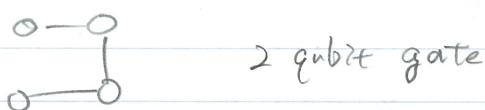
✓ 2量子ビット演算 (gate teleportation)



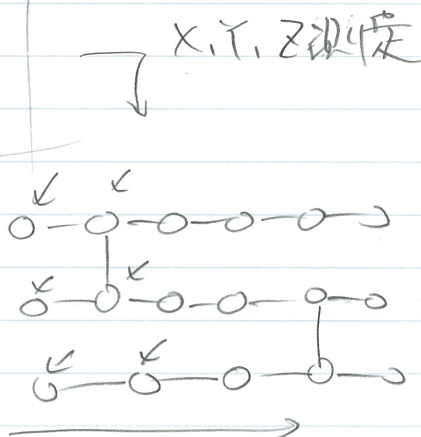
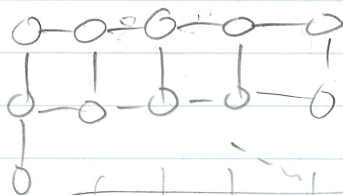
1. CNOT交換の図



✓ 2-qubit gate MBQC



→ 2-qubit gate



time
測定を繰り返して、
量子演算の作用を再現する。

✓ MBQCの特徴 → 量子的な部分と古典的な部分へ分離

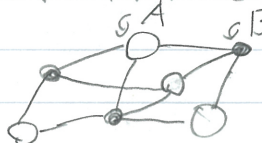
- 量子計算のリソースが明確
- 確率的にエンタングル操作で済むはOK.
- 量子状態を状態の内積で書ける.

2227"
↓

$$\langle 0|^{\otimes n} U | 0 \rangle^{\otimes n} = \Delta \bigotimes_{i \in V} \langle \alpha_i | | G \rangle \rightarrow \langle 0|^{\otimes n} U | 0 \rangle^{\otimes n} \propto \sum_{s_1 \sim s_n} f(s_1 \sim s_n)$$

$$= \Delta \bigotimes_{i \in V} \langle \alpha_i | \prod_{(i,j) \in E} \Delta_{ij}(z) | + \rangle^{\otimes |V|}$$

グラフGが2部グラフとすると.



$$= \Delta \left(\bigotimes_a \langle \alpha_a | \right) \left(\bigotimes_b \langle \alpha_b | H \right) \prod_{(a,b) \in E} \Delta_{a,b}(x) | + \rangle^{\otimes |A|} | 0 \rangle^{\otimes |B|}$$

$$= \Delta \left(\bigotimes_a | e^{i h_a} + | e^{-i h_a} \rangle \right) \left(\bigotimes_b | e^{i J_b} + | e^{-i J_b} \rangle \right) \frac{1}{2^{|A|/2}} \sum_{\{s_1 \sim s_{|A|}\}} | s_1 \sim s_{|A|} \rangle \bigotimes_b | \bigoplus_{a \sim b} s_a \rangle$$

$$= \Delta \frac{1}{2^{|A|/2}} \sum_{\{s_1 \sim s_{|A|}\}} \exp \left[\sum_a (-1)^{s_a} h_a + \sum_b (-1)^{\bigoplus_{a \sim b} s_a} J_b \right]$$

分配法則

絶対
対称
でない